PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS ESCOLA POLITÉCNICA E DE ARTES GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



# VIGAS DE SEÇÃO RETANGULAR SUBMETIDAS À FLEXÃO PURA

# ELU e ELS - PLANILHAS PARA O AUTOAPRENDIZADO

DANIEL RANNA LUDOVICO DE ALMEIDA

GOIÂNIA

2024

### DANIEL RANNA LUDOVICO DE ALMEIDA

# VIGAS DE SEÇÃO RETANGULAR SUBMETIDAS À FLEXÃO PURA ELU e ELS - PLANILHAS PARA O AUTOAPRENDIZADO

Trabalho de Conclusão de Curso II apresentado à Escola Politécnica e de Artes, da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador:

Prof. Me. Alberto Vilela Chaer

Banca examinadora:

Prof. Dr. Elias Calixto Carrijo

Prof. Dr. Manoel da Silva Álvares

# GOIÂNIA 2024

### DANIEL RANNA LUDOVICO DE ALMEIDA

# VIGAS DE SEÇÃO RETANGULAR SUBMETIDAS À FLEXÃO PURA ELU e ELS - PLANILHAS PARA O AUTOAPRENDIZADO

Monografia defendida e aprovada em 13 de dezembro de 2024 pela banca examinadora a seguir:

Orientador: Prof. Me. Alberto Vilela Chaer

Prof. Dr. Elias Calixto Carrijo

Prof. Dr. Manoel da Silva Álvares

GOIÂNIA

2024

#### RESUMO

O presente trabalho pertence a uma sequência de uma série de trabalhos que envolvem aplicação em planilhas de cálculo, para dimensionamento (ELU) e verificação (ELS) de seções de concreto armado submetidas à flexão pura. Planilhas utilizadas como apoio para ensino em sala de aula e aprimoradas em trabalhos de conclusão de curso – orientadas anteriormente – foram agrupadas em abas para que possam servir para o autoaprendizado. Neste trabalho, parte-se de uma viga biapoiada de seção retangular, submetida a carregamento distribuído uniforme, correspondente ao peso próprio, carregamento de paredes e sobrecargas permanente e variável oriundas do carregamento de uma laje. A planilha está subdividida sequencialmente em entrada de dados, cálculo de armadura longitudinal nas situações de Armadura Simples e Armadura Dupla, detalhamento da armadura inferior e superior com relação à distribuição de barras longitudinais na seção transversal, escolha do detalhamento, verificação de flechas e abertura de fissuras. A planilha foi preparada com tutoriais que facilitam a interface de utilização. Um material didático foi produzido e a aplicação por meio da planilha promove a sedimentação do assunto, sendo o produto uma ferramenta computacional eficiente para ser utilizada como apoio em sala de aula e para o autoaprendizado.

Palavras-Chave: Concreto armado. Vigas. Seção retangular. Flexão pura. Armadura longitudinal. Flecha. Abertura de fissuras. Autoaprendizado.

#### ABSTRACT

The present work continues a series of studies involving the application of spreadsheets for the design (Ultimate Limit State) and verification (Serviceability Limit State) of reinforced concrete sections subjected to pure bending. Spreadsheets initially developed as teaching aids in classroom settings and refined through undergraduate thesis projects—supervised by the advisor of this study—were consolidated into tabs and improved to support self-learning. This study focuses on a simply supported rectangular beam subjected to uniformly distributed loading, including self-weight, wall loads, as well as permanent and variable live loads from a slab. The spreadsheet is sequentially organized into data input, calculation of longitudinal reinforcement for both singly and doubly reinforced situations, detailing of top and bottom reinforcement based on the distribution of longitudinal bars in the cross-section, selection of detailing options, deflection verification, and crack width checks. The spreadsheet includes tutorials to facilitate user interaction. A didactic material was produced, and the spreadsheet application enhances the understanding of the subject, resulting in an efficient computational tool that supports both classroom teaching and self-learning.

Keywords: Reinforced concrete. Beams. Rectangular section. Pure bending. Longitudinal reinforcement. Deflection. Crack width.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Viga de concreto submetida à flexão pura no meio do vão	23
Figura 2- Relação Momento-Curvatura	24
Figura 3 - Diagrama Tensão-Deformação do Concreto	31
Figura 4- Diagrama Tensão-Deformação do Aço	33
Figura 5- Domínios de Deformação-Aço	35
Figura 6- Linha da deformada limite (fronteira limite)	38
Figura 7- Distribuição de tensões e deformações em viga de seção retangular	40
Figura 8- Distribuição de tensões de compressão em perspectiva	41
Figura 9- Armadura Dupla	50
Figura 10- Diagrama de deformação em uma seção retangular com armadura du	pla.51
Figura 11- Espaço para distribuição para as barras na seção transversal	53
Figura 12- Espaçamentos Mínimos	54
Figura 13- Número máximo de barras na primeira camada	55
Figura 14- Número máximo de barras a partir da segunda camada	56
Figura 15- Determinação do centro de gravidade (CG) real	57
Figura 16- Seção não fissurada (Estádio I)	59
Figura 17- Seção fissurada (Estádio II)	59
Figura 18- Tabela 13.4 da NBR 6118:2023	65
Figura 19- Área de envolvimento do concreto para cada barra	66
Figura 20- Exemplo genérico para o cálculo da área de envolvimento	68
Figura 21- Área de abrangência de uma barra	69
Figura 22- Limitação nas faces da viga	70
Figura 23- Limitação na metade da distância entre as barras	71
Figura 24- Tensões no Estádio II	72

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Valores para Ψ1 e Ψ2	29
Tabela 2- Valores para em revisão de norma	30
Tabela 3- valores para as constantes	30
Tabela 4- Descrição dos Domínios de Deformação na Flexão Pura	
Tabela 5- Valor do Es	61
Tabela 6- Valores do αe	62
Tabela 7- Valores do coeficiente ξ em função do tempo	63

#### LISTA DE SIGLAS

 $A_c'$  – Área da seção de concreto comprimido;

Ac\_ef – Área efetiva de concreto comprimido;

 $Ac_{ef_{ab}}$  – Área efetiva de concreto comprimido na fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

 $Ac_{ef}F4 -$ Área efetiva de concreto comprimido no final do Domínio 4, para kx = 1;

*Ac\_ef\_lim* – Área efetiva de concreto comprimido para a fronteira limite, para kx\_lim;

 $A_{cr}$  – Área do concreto de envolvimento da barra de aço;

 $A_s$  – Área da seção transversal da barra de aço;

Asc – Área da armadura comprimida;

As<sub>cal</sub> – Armadura longitudinal calculada;

As\_lim – Área de aço tracionado correspondente ao Md\_lim;

 $As_{\Phi}$  – Área da seção transversal da barra longitudinal;

 $b_0$  – Largura livre entre as faces internas de um estribo de dois ramos;

*bw* – Largura da alma da viga;

c – Cobrimento;

 d – Distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a fibra mais comprimida do concreto;

d'adotado – Distância vertical adotada da fibra mais extrema ao centro de gravidade esperado para a distribuição das barras tracionadas;

d'<sub>real</sub> – Distância real entre o centro de gravidade da armadura tracionada
 detalhada e a fibra mais tracionada da seção; é igual ao Y<sub>CG</sub> para a armadura
 tracionada;

*d''<sub>adotado</sub>* – Distância adotada entre o centro de gravidade da armadura comprimida e a fibra mais comprimida do concreto;

 $d''_{real}$  – Distância real entre o centro de gravidade da armadura comprimida e a fibra mais comprimida do concreto;

ELS – Estado Limite de Serviço;

ELU – Estado Limite Último;

E<sub>ci</sub> – Módulo de elasticidade do concreto na origem;

 $E_{cs}$  – Módulo de elasticidade secante do concreto;

 $f_{cd}$  – Resistência de cálculo à compressão do concreto; valor de cálculo da tensão de compressão do concreto,

 $f_{ck}$  – Resistência característica à compressão do concreto; valor característico da tensão de compressão do concreto;

f<sub>ct</sub> – Resistência do concreto à tração direta;

 $f_{ct,f}$  – Resistência do concreto à tração na flexão;

 $f_{ct.m}$  – Resistência média à tração do concreto;

f<sub>ct,sp</sub> – Resistência do concreto à tração indireta;;

 $f_{ctk_inf}$  – Resistência à tração do concreto em limite inferior;

 $f_{ctk sup}$  – Resistência à tração do concreto em limite superior;

 $f_{scd}$  – Tensão de cálculo da armadura comprimida;

 $f_{sd}$  – Tensão de cálculo do aço;

f<sub>vd</sub> - Tensão de escoamento de cálculo do aço;

h – Altura total da seção transversal;

*I<sub>c</sub>* – Momento de inercia da seção bruta de concreto;

*I<sub>I</sub>* – Momento de Inércia no Estádio I;

I<sub>II</sub> – Momento de inércia da seção fissurada no estádio II;

kx – Posição relativa da linha neutra;

*kx\_ab* – Posição relativa da linha neutra na fronteira entre os subdomínios 2a e
2b;

 $kx_F4$  – Limite da posição relativa da linha neutra em um elemento submetido à flexão pura no final do domínio 4;

 $kx_{lim}$  – Posição relativa limite da linha neutra em um elemento submetido à flexão pura;

 $k_2$  – Fator multiplicador na expressão da tensão de compressão do concreto;

 $k_{2}ab$  – Fator multiplicador na expressão da tensão de compressão do concreto na fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

 $k_2$ \_F4 – Fator multiplicador na expressão da tensão de compressão do concreto no final do domínio 4, para kx\_F4 =1;

 $k_2_{lim}$  – Fator multiplicador na expressão da tensão de compressão do concreto na fronteira limite, correspondente à kx\_lim;

L – Comprimento total da viga;

 $Lj_G$  – Parcela de carga permanente da laje;

 $Lj_Q$  – Parcela de carga variável da laje;

 $M_a$  – Momento fletor atuante no ELS, na seção crítica do vão considerado;

Md – Momento de cálculo, ou Momento último, no ELU;

*Md\_ab* – Momento de cálculo na fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

 $Md_F4$  – Momento de cálculo no final do Domínio 4, para kx\_F4 = 1;

*Md\_lim* – Momento de cálculo na fronteira limite, correspondente ao kx\_lim;

 $Md_{min}$  – Momento mínimo de cálculo;

 $M_r$  – Momento de fissuração do elemento estrutural;

n – Fator utilizado na expressão de  $k_2$ ;

N – Número total de barras em uma mesma camada;

 $N\Phi_{nec}$  – Número de barras necessárias;

 $N_{\Phi 1c}^{max}$  – Número máximo de barras que cabem na primeira camada;

PD – Peso da parede da estrutura;

 $P_i$  – Parcelas de carga;

PP - Peso próprio da estrutura;

q\_G – Carregamento permanente;

q\_Q - Carregamento variável;

R<sub>cd</sub> – Força resultante de cálculo do concreto à compressão;

*Rcd\_ab* – Força resultante de cálculo do concreto à compressão na fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

Rcd\_F4 - Força resultante de cálculo do concreto à compressão no final do

domínio 4, para  $kx_F4 = 1$ ;

*Rcd\_lim* – Força resultante de cálculo do concreto à compressão na fronteira limite, para kx\_lim;

R<sub>sd</sub> – Força resultante de cálculo do aço em tração;

 $S_{0h}$  – Espaçamento livre mínimo entre barras na horizontal;

 $S_{0hf}$  – Espaçamento livre horizontal para o fosso do vibrador;

 $S_{0v}$  – Espaçamento livre mínimo entre camadas de barras na vertical;

 $S_{0vibmin}$  – Espaçamento livre mínimo para a passagem do vibrador;

t – Tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

 $t_0$  – Idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração;

 $t_{0i}$  – Idade em que se aplicou cada parcela  $P_i$ , expressa em meses;

 $w_k$  – Valor calculado da abertura da fissura em uma barra;

 $w_{k1}$  – Primeira verificação do valor calculado da abertura da fissura em uma barra;

 $w_{k2}$  – Segunda verificação do valor calculado da abertura da fissura em uma barra;

 $W_0$  – Módulo de resistência da seção transversal;

x – Profundidade da linha neutra medida a partir da borda mais comprimida da seção transversal;

 $x_ab$  – Profundidade da linha neutra medida a partir da borda mais comprimida da seção transversal até o ponto de giro da deformada correspondente à fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

 $x_F4$  – Profundidade da linha neutra medida a partir da borda mais comprimida da seção transversal até o ponto de giro da deformada correspondente ao final do domínio 4, para kx\_F4 = 1;

 $x_{lim}$  – Profundidade da linha neutra medida a partir da borda mais comprimida da seção transversal até o ponto de giro da deformada correspondente à fronteira limite, para kx\_lim;

 $x_1$  – Expressão para determinar a posição da Linha Neutra;

x<sub>2</sub> – Expressão para determinar a posição da Linha Neutra;

 $x_I$  – Posição da linha neutra no Estádio I;

x\_II – Posição da linha neutra no Estádio II;

y – Profundidade efetiva de concreto comprimido;

 $y_{ab}$  – Profundidade efetiva de concreto comprimido na fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

 $Y_{CG}$  – Distância vertical da fibra mais extrema ao centro de gravidade da distribuição das barras detalhadas;

 $y_F4$  – Profundidade efetiva de concreto comprimido para o final do domínio 4, para kx\_F4 = 1;

 $y_lim$  – Profundidade efetiva de concreto comprimido para a fronteira limite, para kx\_lim;

 $y_1$  – Distância vertical da fibra mais extrema ao centro de gravidade da primeira camada de barras distribuídas na seção transversal;

z – Braço de alavanca;

 $z_ab$  – Braço de alavanca na fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

z<sub>c</sub> – Braço de alavanca na Fase II do cálculo do arranjo de Armadura Dupla,

distância entre o centro de gravidade das armaduras tracionada e comprimida;

 $z_F4$  – Braço de alavanca no final do domínio 4, para kx\_F4 = 1;

 $z_{lim}$  – Braço de alavanca na fronteira limite, para kx\_lim;

Siglas com letras gregas

 $\alpha_c$  – Parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão;

 $\alpha_f$  – Fator de correção utilizado no cálculo da flecha diferida;

«e – Relação entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade

 secante do concreto;

 $\alpha_E$  – Fator de correção para a determinação do Módulo de Elasticidade do concreto, que varia de acordo com o tipo de agregado utilizado;

 $\alpha_i$  – Fator de correlação entre o módulo de elasticidade do concreto secante do e o módulo de elasticidade do concreto na origem;

Δ – Distância vertical entre eixos de duas camadas de barras consecutivas;

 $\Delta A_s$  – Variação na área da armadura de aço em tração;

 $\Delta_{inf}$  – Distância entre o centro de gravidade da primeira camada de barras até o centro de gravidade de todas as barras distribuídas;

 $\Delta M_d$  – Variação do momento de cálculo, excesso com relação ao  $Md_{lim}$ ;

 $\Delta_{sup}$  – Distância entre o centro de gravidade da última camada de barras até o centro de gravidade de todas as barras distribuídas;

 $\Delta \xi$  – Variação no comportamento do concreto em função do tempo, geralmente associada a deformações ou outras características do material;

 $\varepsilon_c$  – Deformação da fibra mais comprimida do concreto;

 $\varepsilon c_a b$  – Deformação do concreto na fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

 $\varepsilon c_F 4$  – Deformação do concreto no final do domínio 4, correspondente ao

kx\_F4 =1;

*cc\_lim* – Deformação do concreto na fronteira limite, correspondente ao kx\_lim;

 $\epsilon_{cu}$ – Deformação de encurtamento do concreto na ruptura;

 $\varepsilon_{c2}$  – Deformação de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

 $\varepsilon_s$  – Deformação do aço na fibra que passa pelo centro de gravidade da distribuição das barras;

 $\varepsilon_{sc}$  – Deformação do aço no centro de gravidade da armadura comprimida;

 $\varepsilon_{s \text{ lim}}$  – Deformação limite do aço, correspondente ao kx lim;

 $\epsilon_{yd}$  – Deformação do aço de cálculo, considerando a tensão de cálculo do aço no início de escoamento;

 $\eta_c$  – Fator de redução da resistência do concreto na compressão;

η1 – Coeficiente de conformação superficial da barra;

 $\lambda$  – Fator multiplicador de x para se definir a profundidade y, correspondente à área de concreto efetivamente comprimida;

pri – Taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação a área da região de envolvimento;

 $\rho'$  – Taxa de armadura comprimida;

 $\sigma_c$  – Tensão de compressão do concreto;

 $\sigma_{cd}$  – Tensão de compressão de cálculo do concreto;

 $\sigma_{cd}^{máx}$  – Tensão máxima de cálculo do concreto em compressão;

 $\sigma cd_ab$  – Tensão de compressão de cálculo do concreto na fronteira entre os subdomínios 2a e 2b;

 $\sigma cd_F4$  – Tensão de compressão de cálculo do concreto no final do domínio 4,

para  $kx_F4 = 1$ ;

 $\sigma cd_{lim}$  – Tensão de compressão de cálculo do concreto na fronteira limite,

para kx\_lim;

 $\sigma_s$  – Tensão de tração no aço;

σ<sub>si</sub> – Tensão de tração no centro de gravidade da armadura, considerada no estádio II;

 $\Phi$  – Diâmetro da barra longitudinal;

 $\Phi_t$  – Diâmetro da barra transversal; diâmetro do estribo;

# SUMÁRIO

1 I	NTRODUÇÃO	18
2 0	OBJETIVOS	20
2.1	OBJETIVOS GERAIS	20
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
3 J	JUSTIFICATIVA	21
4 F	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	22
4.1	Revisão bibliográfica	22
4	1.1.1 Hipóteses Básicas	22
4	1.1.2 Relação Momento-curvatura	24
	4.1.2.1 <u>Estádios I, II e III</u>	25
4	1.1.3 Estados Limites	25
	4.1.3.1 Estados Limites Último (ELU)	26
	4.1.3.2 Estado Limite de Serviço (ELS)	27
4	1.1.4 Combinações de carregamento	27
	<u>4.1.4.1 Combinação Última</u>	28
	4.1.4.2 Combinações de serviço	
4	1.1.5 Tensão-Deformação do Concreto na Compressão	29
4	1.1.6 Resistência à Tração do Concreto	32
4	1.1.7 Tensão-Deformação do Aço	33
4	1.1.8 Domínios de Deformação	34
4	1.1.9 Subdivisões no Domínio 2 e introdução da Deformada Limite	37
4	l.1.10    Flexão Pura – Cálculo da Armadura Simples	
4	1.1.11 Momento Mínimo	42
4	I.1.12 Armadura Mínima	43
4	1.1.13 Momentos nas Fronteiras	43
	4.1.13.1 4.1.12.1 Momento na Fronteira 2a-2b (Md, ab)	43
	4.1.13.2 Momento no Domínio 3	44
	4.1.13.3 Momento Limite	
	<u>4.1.13.4</u> Momento no final do Domínio 4 correspondente a x = d, ou seja, kx = 1	46
4	1.1.14 Armadura Simples	46
	<u>4.1.14.1</u> <u>Determinação da posição da linha neutra (x)</u>	46
4	l.1.15 Flexão Pura – Armadura Dupla	49
	<u>4.1.15.1</u> <u>Fase (I) – Armadura de Tração</u>	50
	<u>4.1.15.2</u> <u>Fase (II) – Acréscimo de Armadura de Tração</u>	<u>50</u>
	<u>4.1.15.3</u> <u>Fase (II) – Armadura de Compressão</u>	51

	4.1	16 Di	stribuição de barras longitudinais52
		<u>4.1.16.1</u>	Quantidade de barras necessárias53
		<u>4.1.16.2</u>	Espaçamentos mínimos
		<u>4.1.16.3</u>	Número máximo de barras na primeira camada55
		<u>4.1.16.4</u>	Número máximo de barras na segunda camada56
		<u>4.1.16.5</u>	Centro de gravidade
		<u>4.1.16.6</u>	Verificação
	4.1	17 Ve	erificação de flechas (ELS-DEF)58
		<u>4.1.17.1</u>	Flecha imediata em vigas de concreto armado60
		<u>4.1.17.2</u>	Determinação do parâmetro $\propto e$ 61
		<u>4.1.17.3</u>	Cálculo da flecha diferida no tempo para vigas de concreto armado
	4.1	.18 Ab	bertura de fissuras64
		<u>4.1.18.1</u>	Procedimento para cálculo da abertura de fissura66
		<u>4.1.18.2</u>	Determinação da área de envolvimento67
		<u>4.1.18.3</u>	Determinação da taxa de armadura (ρ <sub>ri</sub> )71
		<u>4.1.18.4</u>	Determinação do momento atuante (Ma)71
		<u>4.1.18.5</u>	Determinação da tensão de tração no centro de gravidade da armadura (osi)
4.	2	Metodo	LOGIA74
5	RE	ESULTA	ADOS OBTIDOS75
6	СС	ONSIDE	RAÇÕES FINAIS76
7	รเ	JGESTÓ	ĎES PARA TRABALHOS FUTUROS77
REF	ER	ÊNCIAS	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.

# 1 INTRODUÇÃO

Segundo Araújo (2010), uma estrutura de concreto armado deve atender a vários requisitos, sempre buscando a otimização dos insumos, com objetivo de um dimensionamento também baseado na economia. Pode-se agrupar essas exigências em três itens:

 Capacidade portante: a estrutura deve cumprir sua função para suportar e resistir às ações e seus esforços decorrentes, para as quais foi executada, levandose em conta a fase construtiva e a vida útil, não ocorrendo ruptura total ou parcial, nem a perda de equilíbrio estático;

2) Desempenho em serviço: as deformações devem ser adequadas e não devem gerar danos aos elementos estruturais, nem apresentar uma aparência, que possa causar desconforto aos usuários; o grau de fissuração não deve comprometer o uso, aparência, sem prejudicar a durabilidade das armaduras; a vibração da estrutura não deve prejudicar o conforto do usuário.

 Durabilidade: o elemento estrutural deve se manter conservado, levando em conta as condições ambientais previstas em projeto, sem a necessidade de reparos de alto custo no decorrer de sua vida útil.

Em outras palavras, uma peça de concreto armado deve ser dimensionada nos Estados Limites Últimos (ELU), em atendimento à capacidade portante e ser verificada nos Estados Limites de Serviço (ELS), respeitando as recomendações normativas com relação à durabilidade.

O presente trabalho é uma aplicação numérica para vigas biapoiadas de seção retangular submetidas à Flexão Pura. Para determinado vão e carregamento uniformemente distribuído, a armadura longitudinal é calculada (ELU) – seja nas condições de Armadura Simples ou Dupla – e, segundo diâmetro escolhido, distribuída na seção transversal. Apenas os detalhamentos que atendem aos critérios de aceite são apresentados. A partir da escolha do detalhamento final, são verificadas a flecha (ELS-DE) e as aberturas de fissura (ELS-W)

Em sala de aula e em orientações de TCC's anteriores, o orientador deste trabalho desenvolveu e estimulou os alunos a implementarem os cálculos através de planilhas. Este trabalho parte de planilhas desenvolvidas anteriormente, com o objetivo de aprimorar a sequência dos cálculos e preparar um sistema de apoio para que a teoria e os cálculos apresentados possam propiciar uma maneira mais intuitiva, facilitando ao usuário para o autoaprendizado.

# 2 **OBJETIVOS**

# 2.1 Objetivos gerais

O objetivo geral é preparar um sistema que permita o autoaprendizado por meio de planilhas de uma rotina de dimensionamento, cálculo e detalhamento de armadura longitudinal (armadura simples e dupla) para vigas de seção retangular, biapoiadas, submetidas à flexão pura devido a carregamento distribuído uniforme, bem como a verificação de flecha e abertura de fissuras.

# 2.2 Objetivos específicos

- Promover uma melhoria nas planilhas já desenvolvidas em trabalhos anteriores, com ênfase na interface para o usuário;
- Escrever um tutorial da utilização das planilhas de modo que o usuário consiga operar intuitivamente, contribuindo para aprendizado da teoria e sedimentação do processo de cálculo da armadura e abertura de fissuras;
- Aprimorar a interação usuário-planilha.

# **3 JUSTIFICATIVA**

Este trabalho complementou e aprimorou uma planilha de cálculo que vinha sendo produzida em vários TCC's anteriores, no intuito de promover e organizar uma interface mais amistosa para o usuário, o que facilita o aprendizado das etapas envolvidas na compreensão da teoria e aplicação numérica.

Outrossim, contribuir para o processo ensino aprendizagem é importante para o aprofundamento no assunto, com a satisfação de deixar um legado para quem for se beneficiar do produto deste trabalho.

## 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

#### 4.1 Revisão bibliográfica

#### 4.1.1 Hipóteses Básicas

A norma em vigor que estabelece os limites e os principais requisitos para estruturas de concreto armado e protendido é a NBR 6118:2023. Essa norma define os procedimentos e critérios essenciais para o projeto de estruturas de concreto simples, armado e protendido. A capacidade resistente refere-se, essencialmente, à segurança com relação a rupturas. Além disso, destaca-se a relevância do desempenho em serviço como fator fundamental para garantir a durabilidade da estrutura.

O comportamento conjunto entre o concreto e a armadura pode ser observado ao comparar uma viga sem armadura (concreto simples, Figura 1a) com uma viga similar dotada de armadura longitudinal (concreto armado, Figura 1b), ambas submetidas à flexão em quatro pontos.



#### Figura 1- Viga de concreto submetida à flexão pura no meio do vão

(b) Viga de concreto armado

Na viga da Figura 1a, foi criado um entalhe no meio do vão para induzir o surgimento de uma fissura única de flexão na seção entalhada, na região de máximo momento fletor, onde as fissuras são perpendiculares à face inferior da viga. Supondo que as forças aplicadas sobre as vigas aumentem gradativamente de zero até a ruptura, a viga sem armadura rompe bruscamente tão logo se inicia a primeira fissura, o que ocorre quando a tensão de tração atuante alcança a resistência do concreto à tração na flexão, que no entalhe, é menor que nas demais seções, já que a altura da viga na seção entalhada é menor. Desta forma, a viga romperá sempre por flexão, pois o processo de fissuração não alcançará os vãos de cisalhamento para que fissuras inclinadas se formem. (SANTOS & SOARES, 2022).

Já a viga de concreto armado (Figura 1b) tem a capacidade resistente à flexão significativamente aumentada devido à existência da armadura e a ausência de entalhe, que permite que mais de uma fissura se forme na peça, podendo variar a trajetória em função do vão em que a fissura se formar. Na região central da viga, na qual atua momento fletor máximo e de valor constante ao longo de toda a região, prevalecem os efeitos da flexão pura, de modo que serão observadas apenas fissuras

Fonte: BASTOS, 2019.

perpendiculares à face inferior da viga. Nas regiões adjacentes aos apoios, o esforço prioritário é o de cisalhamento, cujo valor é constante nessas regiões, em detrimento do momento fletor, que varia linearmente, aumentando na medida em que a seção se distancia do apoio. Essa constância do esforço cortante e a variação do momento fletor faz com que as fissuras que se formarem nessas regiões sigam trajetórias inclinadas formando bielas que seguem do apoio em direção aos pontos carregados no terço médio. (SANTOS & SOARES, 2022).

#### 4.1.2 Relação Momento-curvatura

A seguir, a Figura 2 apresenta o comportamento de uma seção transversal em sua região tracionada submetida à flexão para um carregamento crescente, desde a situação em que as tensões de tração são inferiores à tensão de fissuração até a ruptura da peça.





Fonte: PAPPALARDO JR, 2009.

### 4.1.2.1 Estádios I, II e III

Os estádios I, II e III de deformação de uma viga de seção retangular representam etapas distintas do comportamento da viga à medida que é submetida a carregamentos, e cada estágio descreve uma fase específica da resposta do material e da estrutura.

- Estádio I: a peça se encontra no estado elástico. O momento M<sub>I</sub> é de pequena intensidade, que resulta em uma tração no concreto, porém essa tensão não ultrapassa a resistência característica do concreto à tração. As tensões nas fibras mais comprimidas são proporcionais às deformações do diagrama tensão-deformação, garantido um trecho linear no diagrama. Nesse estágio não existem fissura
- Estádio II: a viga começa entrar no estado de fissuração. Aumentado o valor do momento para M<sub>II</sub>, as tensões de tração terão valores superiores a resistência característica do concreto à tração. Portanto, apenas o aço irá resistir ao esforço, visto que o concreto terá rompido, tornando visíveis as fissuras. (FREIRE, L. F., SANTOS, C. R., 2016).
- Estádio III: neste estágio de carregamento, as fissuras estabilizam em profundidade, de modo que ao aumentar-se o valor do momento fletor, ocorrerá a plastificação dos materiais, em que pode acontecer que o concreto se rompa por esmagamento, ou o aço se rompa por tração após o escoamento, ou que ambos se rompam simultaneamente, caracterizando o Estado Limite Último, em que o Momento Fletor correspondente é o Momento Fletor de Cálculo, denominado de momento de ruína, M<sub>u</sub>. (FREIRE, L. F., SANTOS, C. R., 2016).

De maneira geral, pode-se dizer que os estádio II corresponde às situações de serviço, enquanto o estádio III, ao estado limite último, ou seja, para verificar os Estados Limites de Serviço, com a peça fissurada, tratamos do cálculo no estádio II e, ao realizar o dimensionamento das peças estruturais de concreto armado, é utilizado o estádio III, visto que as peças devem suportar a situações extremas. (FREIRE, L. F., SANTOS, C. R., 2016).

#### 4.1.3 Estados Limites

São estados a partir dos quais a estrutura passa a ter desempenho inadequado às finalidades da construção ou apresenta riscos de ruína. (BASTOS, 2019).

Depreende-se naturalmente dos requisitos esperados para uma edificação, que ela deva reunir condições adequadas de segurança, funcionalidade e durabilidade, de modo a atender todas as necessidades para as quais foi projetada, ao longo de sua vida e que as exigências relativas à capacidade resistente e ao desempenho em serviço deixam de ser satisfeitas, quando são ultrapassados os respectivos estados limites. (BASTOS, 2019).

Assim, quando uma estrutura não atende a um ou mais desses três critérios, ela é considerada como tendo atingido um Estado Limite. Consequentemente, uma estrutura pode atingir um estado limite de natureza estrutural ou funcional. Dessa forma, podem ser identificados dois tipos de estados limites:

- Estados Limites Últimos (ELU);
- Estados Limites de Serviço (ELS).

# 4.1.3.1 Estados Limites Último (ELU)

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, os Estados Limites Últimos referemse a condições críticas onde a estrutura alcança o ponto de colapso ou qualquer outra falha que comprometa a segurança e o uso adequado da edificação. Durante o processo de projeto, é imprescindível considerar os seguintes critérios que caracterizam esses estados limites:

- Perda do equilíbrio, global ou parcial, admitida a estrutura como um corpo rígido;
- Ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais;
- Transformação da estrutura, no todo ou em parte, em sistema hipostático;
- Instabilidade por deformação;
- Instabilidade dinâmica;
- Casos especiais.

#### 4.1.3.2 Estado Limite de Serviço (ELS)

São aqueles relacionados à durabilidade das estruturas, aparência, conforto do usuário e a boa utilização funcional delas, seja em relação aos usuários, seja às máquinas ou aos equipamentos utilizados. (BASTOS, 2019).

Durante o período de vida útil da estrutura, são geralmente considerados os Estados Limites de Serviço, que visam garantir o desempenho adequado da edificação sem comprometer sua funcionalidade ou segurança. Esses estados limites são caracterizados por:

- Danos ligeiros ou localizados, que comprometam o aspecto estético da construção ou a durabilidade da estrutura;
- Deformações excessivas que afetem a utilização normal da construção ou seu aspecto estético;
- Abertura de fissuras acima dos limites;
- Vibração excessiva ou desconfortável.

Neste trabalho foram implementadas as verificações dos estados limites de serviço com relação às deformações excessivas (ELS-DEF) a às aberturas de fissuras segundo as recomendações da ABNT NBR 6118:2023.

# 4.1.4 Combinações de carregamento

As combinações de carregamento, dividem-se em parcelas de carregamentos permanente (q\_G) e variável (q\_Q).

O carregamento permanente (q\_G) é dado pela soma do peso próprio da estrutura, da parede e a parcela permanente da carga total da laje, conforme a equação 1:

$$q_G = PP + PD + Lj_G \tag{1}$$

O carregamento correspondente ao peso próprio da viga (distribuído por metro linear) é calculado pela equação 2:

$$PP = 25 \cdot bw \cdot h \tag{2}$$

Já o carregamento variável (q\_Q) é dado pela parcela do carregamento variável da laje, representado na equação 3:

$$q_Q = Lj_Q \tag{3}$$

# 4.1.4.1 <u>Combinação Última</u>

A combinação última é dada pela seguinte equação:

$$q_d = 1, 4 \cdot q_G + 1, 4 \cdot q_Q \tag{4}$$

#### 4.1.4.2 <u>Combinações de serviço</u>

Segundo a NBR 6118, os valores  $\psi$ 1 e  $\psi$ 2 são coeficientes que ponderam ações variáveis, levando em conta a probabilidade de ocorrência simultânea. Os valores  $\psi$ 1 e  $\psi$ 2 são utilizados para verificar a segurança em relação a estados limites de utilização, decorrentes de ações que se repetem muitas vezes e ações de longa duração, respectivamente.

Os valores ψ1 são designados por valores frequentes e os valores reduzidos ψ2 por valores quase-permanentes das ações variáveis.

Sendo assim, as combinações de serviço dependem do ambiente em que a estrutura está situada, conforme Tabela 1:

Tabela 1- Valores para  $\Psi$ 1 e  $\Psi$ 2

Ações		Yt2		
		Ψο	Ψ1 <sup>a</sup>	Ψ2
Cargas	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>b</sup>	0,5	0,4	0,3
acidentais de edifícios	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas <sup>c</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6

Fonte: ABNT NBR 6118,2023.

Sendo assim, a combinação quase permanente (q\_cqp) e a combinação frequente frequente (q\_cf) são assim definidas:

$$q_c cqp = q_G + \Psi 2 \cdot q_Q \tag{5}$$

$$q_c c f = q_G + \Psi 1 \cdot q_Q \tag{6}$$

## 4.1.5 Tensão-Deformação do Concreto na Compressão

Para observar o comportamento da tensão-deformação do concreto na compressão, é necessário ter entendimento de algumas variáveis dispostas na NBR 6118. Em 2023 foi incluído um coeficiente adicional para o cálculo da tensão limite máxima suportada pelo concreto. Esse coeficiente,  $\eta_c$ , varia de acordo com o grupo do concreto, como mostra a Tabela 2.

Concretos C20 –	Concretos C45 –	
C40	C90	
$\eta_c = 1$	$\eta_{c} = \sqrt[3]{\left(\frac{40}{f_{ck}}\right)}$	
Fonte	NEVES, 2023.	

# Tabela 2- Valores para $\eta_c$ em revisão de norma

E, para as demais constantes, segue de acordo com a Tabela 3:

Classe de Concreto GRUPO I	Classe de Concreto GRUPO II
(C20 – C50)	(C55 – C90)
$\varepsilon_{c2} = 2 \%_0$	$\varepsilon_{c2} = 2 \%_0 + 0.085 \%_0 \cdot (f_{ck} - 50)^{0.53}$
$\varepsilon_{cu} = 3,5 \%_0$	$\varepsilon_{\rm cu} = 2,6\%_0 + 35\%_0 \cdot \left(\frac{90 - f_{\rm ck}}{100}\right)^4$
n = 2	$n = 1.4 + 23.4 \cdot \left(\frac{90 - f_{ck}}{100}\right)^4$
$\alpha_{\rm c}=0,85$	$\alpha_{\rm c} = 0.85 \cdot \left(1 - \frac{{\rm f}_{\rm ck} - 50}{200}\right)$
$\lambda = 0,8$	$\lambda = 0.8 - \left(\frac{f_{ck} - 50}{400}\right)$

## Tabela 3- Valores para as constantes

Fonte: NEVES, 2023.

Em que:

 $\alpha_c$  é um parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão;

 $\epsilon_{c2}$  é a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

 $\epsilon_{cu}$  é a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;

O diagrama tensão x deformação do concreto representa o comportamento deformacional do material sob a aplicação de cargas (ou tensões). Esse gráfico é dividido em duas partes principais. A primeira corresponde à fase elástica do concreto, caracterizada por um trecho curvo que pode ser descrito como um polinômio de segundo grau. Nesse trecho, a tensão limite do concreto é definida por  $\alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd}$ , enquanto o limite de encurtamento é determinado comumente com  $\varepsilon_{cu}$  igual a 3,5‰, em que f<sub>cd</sub> é a resistência de cálculo à compressão do concreto.

Considerando que o diagrama tensão-deformação do concreto assume a forma de uma parábola-retângulo e que, para  $\varepsilon_c = \varepsilon_{c2}$ , ocorre a transição do trecho parabólico para o trecho horizontal (plastificação), propõe-se uma divisão para o Domínio 2, conforme a Figura 3 abaixo. Este domínio é segmentado em dois Subdomínios: 2a (trecho parabólico) e 2b (trecho reto).

A distribuição de tensões do concreto é feita de acordo com o diagrama tensãodeformação parábola-retângulo, com tensão máxima  $\sigma_{cd}$ , na Figura 3 abaixo é possível notar uma região parabólica, definida no intervalo  $0 \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{c2}$  e outra linear em  $\varepsilon_{c2} \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{cu}$ .



#### Figura 3- Diagrama Tensão-Deformação do Concreto

Fonte: SOARES, 2023.

Assim, a equação do  $\sigma_{cd}^{m\acute{a}x}$  é definido como  $\alpha_c\cdot\eta_c\cdot f_{cd}.$ 

Além disso, o coeficiente  $k_2$ varia de acordo com as equações abaixo:

$k_2 = 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n$ , se $0 \le \varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$	(7)
$k_2 = 1$ , se $\varepsilon_{c2} \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{cu}$	(8)

#### 4.1.6 Resistência à Tração do Concreto

De acordo com (BASTOS, 2019), a resistência à tração do concreto é importante na determinação da fissuração (momento fletor da primeira fissura e verificação da abertura da fissura), na resistência de aderência entre o concreto e a barra de aço. A resistência a tração de um concreto varia de 8% a 15% da resistência a compressão.

Três tipos de ensaios são comumente realizados para determinar a resistência do concreto à tração: tração direta ( $f_{ct}$ ), tração indireta (compressão diametral -  $f_{ct,sp}$  e tração na flexão ( $f_{ct,f}$ ). Dentre eles, o ensaio de tração direta é o menos comum de ser executado.

A resistência à tração direta ( $f_{ct}$ ) pode ser estimada como 0,9  $\cdot f_{ct,sp}$  ou 0,7  $\cdot f_{ct,f}$ . Na ausência de resultados experimentais, a resistência média à tração direta  $f_{ct,m}$  pode ser calculada em função da resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ), utilizando as expressões previstas na ABNT NBR 6118:2023.

a) Para concretos do GRUPO I:

$$f_{ct,m} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$
 (9)

b) Para concretos do GRUPO II:

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,1 \cdot (f_{ck} + 8))$$
(10)

com:

$$f_{ctk_inf} = 0.7 \cdot f_{ct,m} \tag{11}$$

$$f_{ctk\_sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \tag{12}$$

### 4.1.7 Tensão-Deformação do Aço

Os valores característicos da resistência de escoamento do aço, bem como o diagrama tensão-deformação, devem ser obtidos através de ensaios de tração. Para os cálculos nos ELU e ELS, é possível utilizar uma versão simplificada do diagrama.

Em função do diagrama tensão-deformação do aço, temos um trecho inclinado, onde a lei de Hooke é válida, com as tensões sendo inferiores à tensão de escoamento. Ao atingir a deformação de início de escoamento, o gráfico assume uma reta horizontal limitada a 10‰. A parte inclinada do gráfico corresponde ao Domínio 4, enquanto o escoamento está no Domínio 3. Assim, a Figura 4 mostra o diagrama tensão-deformação de cálculo:



Figura 4- Diagrama Tensão-Deformação do Aço

Fonte: PRAXEDES, 2015.

$$\tan \theta = E_{\rm s} = \frac{f_{\rm yd}}{\varepsilon_{\rm yd}} \tag{13}$$

$$\varepsilon_{\rm yd} = \frac{f_{\rm yd}}{E_{\rm s}} \tag{14}$$

Sendo f<sub>sd</sub> (Tensão no aço) dado por:

$$f_{sd} = \begin{cases} f_{yd} \text{ se } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq 10\%_0 \\ E_s \cdot \varepsilon_s \text{ se } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd} \end{cases}$$
(15)

#### 4.1.8 Domínios de Deformação

O cálculo da armadura obedece às condições dos Estados Limites Últimos (ELU) e considera a região tracionada completamente fissurada. Nesse caso, o concreto não contribui para a resultante de tração, que passa a ser exclusivamente responsabilidade da armadura longitudinal de tração a ser posicionada. Como a energia de deformação associada ao esforço cortante é nula em flexão pura, admitese que a seção originalmente plana permanece plana após as deformações, ou seja, após a curvatura do eixo da peça se desenvolver. Nesse contexto, a curvatura pode ser associada ao ângulo de rotação da seção transversal, que forma dois triângulos semelhantes em relação à linha neutra.

Para o concreto, toma-se como referência a fibra mais comprimida, e, para o aço, considera-se a fibra correspondente ao centro de gravidade da distribuição das barras que atenderão ao valor da armadura de tração a ser dimensionado. Todo o cálculo é realizado conforme princípios estatísticos, aplicando-se a redução da resistência dos materiais (concreto e aço) e a ampliação dos carregamentos. Isso ocorre principalmente quando os materiais entram no regime plástico, aproximando-se da condição de ruptura.

Segundo (ROCHA & CHAER, 2020), a ABNT NBR 6118:2023, recomenda as seguintes hipóteses básicas:

- a) As seções transversais permanecem planas até que haja a ruptura, ou seja, a distribuição das deformações é linear;
- b) A deformação das barras de aço deve ser a mesma do concreto ao seu entorno, deste modo garantido a aderência entre concreto e barra de aço;
- c) O alongamento máximo permitido para a armadura de tração será de 10‰, com o intuito de prevenir deformações excessivas;
- d) No ELU, as tensões de tração no concreto são desprezadas;

Para compreender o comportamento de uma estrutura de concreto armado, deve-se avaliar a peça desde a aplicação de um carregamento que começa em zero até a sua ruptura, passando por várias fases, as quais são denominados "domínios" de deformação. Estes domínios são ilustrados abaixo, conforme a Figura 5 e descritos em seguida:





Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

**Reta a**: É caracterizada pela tração uniforme da viga, o aço está no limite último, 10‰ em deformação plástica.

**Domínio 1**:Neste domínio, inicia-se o carregamento. As tensões ainda não são elevadas, e por isso o concreto resiste bem às tensões de tração. Dessa forma, a tensão de tração no concreto é inferior à tensão de ruptura. Com isso, o concreto acima da linha neutra resiste à compressão e, abaixo da linha neutra, em conjunto com a armadura, resiste à tração.

Considerando a baixa resistência do concreto à tração, é evidente a inviabilidade do dimensionamento da peça nesta etapa. Tem-se um diagrama linear de tensões ao longo da seção transversal da peça, sendo válida a lei de Hooke. Nesse contexto, é importante também o dimensionamento da armadura mínima, uma vez que o cálculo do momento de fissuração é realizado no domínio 1, o que permite identificar com segurança as tensões causadas pelo momento fletor.

**Domínio 2**: Este domínio começa quando, em algum ponto da seção transversal, a resistência à tração é alcançada e se forma uma fissura. A partir daí, por simplificação e em favor da segurança, despreza-se a contribuição do concreto na resistência às tensões de tração, de modo que a armadura passa a suportá-las integralmente. No domínio 2, as tensões no concreto abaixo da linha neutra são nulas, enquanto acima dela, as tensões continuam a variar linearmente, ou seja, o concreto ainda trabalha no regime elástico (sujeito à Lei de Hooke) e consegue resistir bem aos esforços de compressão. À medida que o carregamento aumenta, as fissuras se ampliam e inicia-se a plastificação do concreto, fenômeno causado pelo escoamento da armadura, o qual aumenta a distância entre a linha neutra (LN) e a borda inferior da seção transversal, consequentemente aumentando o braço de alavanca do momento formado pelas resultantes de tração e compressão em regime elástico. O estado limite último é caracterizado pelo escoamento do aço, limitado a 10‰.

**Domínio 3:** É a fase em que o concreto comprimido deixa o regime elástico e começa a plastificar, estando na iminência da ruptura, e o aço entra em escoamento. O diagrama de tensões é do tipo parábola-retângulo. Neste domínio, ocorrem as maiores tensões, tanto para o concreto quanto para o aço, de forma que essa fase permite o cálculo da seção na ruptura. A NBR 6118:2023 define, para simplificação, o uso de um diagrama retangular de tensões, cuja área é equivalente à área limitada pelo diagrama parábola-retângulo. Para que essa condição seja atendida, admite-se que a altura do bloco retangular equivalente de tensões seja igual a 0.8x para
concretos de classe de resistência até C50, sendo x a profundidade da linha neutra medida a partir da borda inferior da seção transversal.

**Domínio 4:** Quando o concreto comprimido está em ruptura e o aço tracionado sem escoamento ( $\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$ );

Domínio 4a: Flexão composta com armaduras comprimidas.

Domínio 5: A estrutura encontra-se em compressão não uniforme, sem tração.

Reta b: A estrutura encontra-se em compressão uniforme.

### 4.1.9 Subdivisões no Domínio 2 e introdução da Deformada Limite

A Figura 6, adaptada da versão original conforme a ABNT NBR 6118:2023 (FIGURA 3), apresenta os domínios de deformação, incluindo a divisão do Domínio 2 em Subdomínios 2a e 2b, além da deformada limite, representada pelo kx\_lim. A proposta deste trabalho é subdividir o Domínio 2 nas seguintes fases:

- Subdomínio 2a: deformada no concreto (0 ≤ ε<sub>c</sub> < ε<sub>c2</sub>), cujo diagrama tensão-deformação se encontra na região parabólica, com k<sub>2</sub> < 1, calculado através das equações em 1.</li>
- Subdomínio 2b: deformada no concreto (ε<sub>c2</sub> ≤ ε<sub>c</sub> ≤ ε<sub>cu</sub>), cujo diagrama tensão-deformação atinge sua tensão máxima, com k<sub>2</sub> = 1 através das equações em 1.

Para conceder um comportamento dúctil adequado da peça, com relação ao valor da posição relativa da linha neutra ( $k_x$ ), a ABNT NBR 6118:2023 define:

$$k_x \le 0,45 \text{ para } f_{ck} \le 50 \text{ MPa} (grupo I)$$
 (16)

$$k_x \le 0.35 \text{ para } 55 \text{ MPa} \le f_{ck} \le 90 \text{ MPa} \text{ (grupo II)}$$
 (17)

Dessa forma, para concretos do Grupo I, o limite de kx é considerado igual a 0,45, enquanto para concretos do Grupo II, esse limite é de 0,35.

Portanto, os domínios de deformação passam a ter a representação, conforme a Figura 6:



Figura 6- Adaptação nos domínios de deformação

Fonte: Adaptada de NBR 6118:2023 - SOARES, 2023.

Sendo que a deformada limite é dada por:

$$\varepsilon_{s\_lim} = \left[\frac{1 - k_{x\_lim}}{k_{x\_lim}}\right] \cdot \varepsilon_{cu}$$
(18)

A seguir, de acordo com a Tabela 4, é possível observar os domínios de deformação para a Flexão Pura: Domínio 2 (Subdomínio 2a e 2b), Domínio 3 (com apresentação da deformada limite correspondente à kx limite) e Domínio 4.

Deformada	EC (‰)	εs (‰)	Situação			
Início do Domínio 2	0	10	aço no limite			
Subdomínio 2a	0 < sc < sc2	10	aço no limite			
Fronteira 2a-2b	εc2	10	aço no limite			
Subdomínio 2b	εc2 < εc < εcu	10	aço no limite			
Fronteira 2-3	8CU	10	concreto e aço no limite			
Domínio 3	8CU	εs_lim < εs < 10	concreto no limite e escoamento do aço			
Fronteira LIM (para kx LIMITE)	8CU	εs_lim	concreto no limite e escoamento do aço			
Domínio 3	8CU	εyd < εs < εs_lim	concreto no limite e escoamento do aço			
frontoira 3.4	εcu	evel	concreto no limite e			
ITOILeira 3-4		εyū	início do escoamento do aço			
Domínio 4	ECU	0 < ɛs < ɛyd	concreto no limite e aço antes do escoamento (Lei de Hooke)			
Final do Domínio 4	εcu	0	concreto no limite e aço antes do escoamento (Lei de Hooke)			

### Tabela 4- Descrição dos Domínios de Deformação na Flexão Pura

Fonte: SOARES, 2023.

### 4.1.10 Flexão Pura – Cálculo da Armadura Simples

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, é recomendado um limite para a curvatura do elemento, expresso em função do limite para a posição relativa da linha neutra (kx = x/d). Como explicado anteriormente, esse limite é de 0,45 para concretos da classe I (C20 a C50) e de 0,35 para concretos da classe II (C55 a C90). Ambos estão no Domínio 3, caracterizando a situação limite para o cálculo com armadura simples.

Na região comprimida, são prescritas duas barras finas, uma em cada canto do estribo, conhecidas como armadura de montagem ou porta-estribos, que têm como função a fixação dos estribos na região comprimida.

Segundo (ROCHA & CHAER, 2020), caso tenhamos uma solicitação inicial que conduza a uma deformada posterior à deformada limite, podemos tomar duas decisões de projeto:

a) alterar os parâmetros de geometria e material, buscando uma nova situação de deformada anterior à limite e, portanto, mantendo o cálculo por armadura simples;

b) optar pelo arranjo de armadura conhecido por armadura supla.

Para uma viga de seção retangular, com largura  $b_w$  e altura h, sob flexão simples, submetida a um momento fletor positivo, com armadura de tração  $A_s$  e uma área de concreto comprimido  $A_c'$ , surgirá a Linha Neutra (LN) à distância x, medida a partir da fibra mais comprimida da seção transversal. Chama-se de altura útil d a

distância da fibra mais comprimida ao centro de gravidade esperado da armadura longitudinal tracionada, como mostra a Figura 7.

Figura 7- Distribuição de tensões e deformações em viga de seção retangular



Fonte: Adaptado de BASTOS, 2019 - Autores, 2024.

A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da LN no ELU, sendo definida a relação  $\frac{x}{d}$ , como  $k_x$ :

$$k_{x} = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{c} + \varepsilon_{s}}$$
(19)

Segundo (Bastos, 2019), as distribuições de tensões de compressão são descritas pelo diagrama parábola-retângulo, com uma adaptação para um bloco de tensão constante de profundidade y =  $\lambda \cdot x$ , tendo sua resultante na metade de y. A resultante das tensões de tração é assumida no centro de gravidade (CG) da armadura de tração, conforme ilustrado na Figura 8.



Figura 8- Distribuição de tensões de compressão em perspectiva

Fonte: Adaptado de BASTOS, 2019 - Autores, 2024.

Segundo (ROCHA & CHAER, 2020), as equações de equilíbrio estático a partir da Figura 8:

$$\sum N = 0 :: R_{cd} - R_{sd} = 0 \rightarrow R_{cd} = R_{sd}$$
(20)

$$\sum \mathbf{M} = \mathbf{0} \quad \therefore \quad \mathbf{R}_{sd} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{R}_{cd} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{M}_d \tag{21}$$

Onde:

$$M_d = R_{cd} \cdot z \tag{22}$$

$$M_d = R_{sd} \cdot z \tag{23}$$

$$R_{sd} = A_s \cdot f_{sd} \tag{24}$$

$$y = \lambda \cdot x \tag{25}$$

$$R_{cd} = \sigma_{cd} \cdot Ac_{ef} = \sigma_{cd} \cdot b_{w} \cdot y$$
(26)

$$z = d - \frac{y}{2}$$
(27)

$$Md = R_{cd} \cdot z \tag{28}$$

De (23), (26), (27), (28), obtém-se:

$$M_{d} = \sigma_{cd} \cdot Ac_{ef} \cdot z = \sigma_{cd} \cdot b_{w} \cdot y \cdot z$$
(29)

$$M_{d} = \sigma_{cd} \cdot b_{w} \cdot \lambda \cdot x \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$
(30)

A partir da Equação (31), o problema se resolve encontrando o valor da posição da LN (x):

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_d}{\sigma_{cd} \cdot b_w}}}{\lambda}$$
(31)

E com o valor da tensão na armadura de tração (fsd), tem-se.

$$A_{s} = \frac{M_{d}}{f_{sd} \cdot z}$$
(32)

Portanto, se a seção for calculada apenas com Armadura de Tração, a expressão acima é utilizada.

#### 4.1.11 Momento Mínimo

De acordo com a Norma Brasileira ABNT NBR 6118:2023, para aprimorar o desempenho estrutural e a ductilidade à flexão, além de controlar a fissuração, é necessário incorporar quantidades mínimas de armadura passiva, as quais são determinadas com base no momento mínimo.

Quando as primeiras fissuras de tração surgem durante a flexão, é fundamental evitar uma ruptura frágil da seção fissurada. Para isso, recomenda-se o uso de armadura de tração dimensionada conforme os parâmetros definidos pela ABNT NBR 6118:2023, especialmente para o denominado Momento Mínimo.

A quantidade mínima de armadura de tração em elementos estruturais, sejam armados ou protendidos, deve ser determinada com base em um momento fletor mínimo, conforme indicado na Equação33, observando-se a taxa mínima absoluta de 0,15%:

$$Md_{min} = 0.8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk\_sup} \tag{33}$$

Onde  $W_0$  representa o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto em relação à fibra mais tracionada, sendo assim definido, no caso de uma seção transversal retangular, da seguinte maneira:

$$W_0 = \frac{bw \cdot h^2}{6} \tag{34}$$

#### 4.1.12 Armadura Mínima

A quantidade mínima de armadura de tração em elementos submetidos à flexão pura deve ser determinada com base em um momento fletor mínimo, conforme indicado na Equação 33, observando-se a taxa mínima absoluta de 0,15%.

#### 4.1.13 Momentos nas Fronteiras

### 4.1.13.1 <u>4.1.12.1 Momento na Fronteira 2a-2b (*M*<sub>d,ab</sub>)</u>

A Fronteira 2a-2b tem como característica a situação em que a deformação do concreto atinge o valor de  $\varepsilon_{c2}$ , enquanto a deformação do aço alcança 10‰. Dessa maneira, ao substituir os valores correspondentes das deformações conhecidas, é possível determinar  $Md_{ab}$ .

$$\varepsilon c_a b = \varepsilon_{c2}$$
 (35)

$$\varepsilon s\_ab = 10\%_0 \tag{36}$$

$$kx\_ab = \frac{\varepsilon c\_ab}{\varepsilon c\_ab + \varepsilon s\_ab}$$
(37)

$$x_a b = k x_a b \cdot d \tag{38}$$

$$y_ab = \lambda \cdot x_ab \tag{39}$$

$$Ac_ef_ab = b_w \cdot y_ab \tag{40}$$

$$k_{2}ab = 1 \tag{41}$$

$$\sigma cd_a b = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot k_{2_a b} \tag{42}$$

$$Rcd_ab = \sigma cd_ab \cdot Ac_ef_ab \tag{43}$$

$$z_ab = d - \frac{y_ab}{2} \tag{44}$$

$$Md_ab = Rcd_ab \cdot z_ab \tag{45}$$

### 4.1.13.2 Momento no Domínio 3

A Fronteira 3 segue a situação em que a deformação do concreto atinge o valor de  $\varepsilon_{c2}$ , enquanto a deformação do aço alcança 10‰. Dessa maneira, ao substituir os valores correspondentes das deformações conhecidas, é possível determinar  $Md_3$ .

$$\varepsilon c_{-3} = \varepsilon_{c_2}$$
 (46)

$$\varepsilon s_3 = 10\%$$
 (47)

$$kx_{3} = \frac{\varepsilon c_{3}}{\varepsilon c_{3} + \varepsilon c_{3}}$$
(48)

$$x_3 = kx_3 \cdot d \tag{49}$$

 $y_3 = \lambda \cdot x_3 \tag{50}$ 

$$Ac\_ef\_3 = b_w \cdot y\_3 \tag{51}$$

$$k_{2}3 = 1$$
 (52)

$$\sigma cd_{3} = \alpha_{c} \cdot \eta_{c} \cdot f_{cd} \cdot k_{2,3}$$
(53)

$$Rcd_3 = \sigma cd_3 \cdot Ac_ef_3 \tag{54}$$

$$z_{3} = d - \frac{y_{3}}{2} \tag{55}$$

$$Md_3 = Rcd_3 \cdot z_3 \tag{56}$$

### 4.1.13.3 Momento Limite

A partir da definição de um limite para a posição da linha neutra, estabelece-se a fronteira para o cálculo da armadura. Caso esse limite seja ultrapassado, será necessário calcular uma armadura secundária, também conhecida como armadura dupla, que será abordada posteriormente nesse projeto. Nesse cenário, o cálculo da armadura devido à flexão resulta em dois conjuntos de armadura: a armadura de tração e a armadura de compressão, sendo que esta última exerce a função de portaestribo.

A posição limite da linha neutra corresponde a um momento específico, denominado Momento Limite (para o cálculo com armadura simples). O Momento Limite pode ser facilmente determinado a partir da Equação (45), considerando a posição da linha neutra associada à deformada do aço correspondente ao valor de kx\_lim.

$$\varepsilon_{clim} = \varepsilon_{cu} \tag{57}$$

$$\varepsilon_{slim} = \left(\frac{1 - k_{x\_lim}}{k_{x\_lim}}\right) \cdot \varepsilon_{cu}$$
(58)

$$k_{x\_lim} = \frac{\varepsilon c\_lim}{\varepsilon c\_lim + \varepsilon s\_lim}$$
(59)

$$x\_lim = k_{x\_lim} \cdot d \tag{60}$$

$$y_{lim} = \lambda \cdot x_{lim} \tag{61}$$

$$Ac_{ef_{lim}} = b_{w} \cdot y_{lim} \tag{62}$$

$$k_{2\_\lim} = 1 \tag{63}$$

$$\sigma cd\_lim = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot k_2\_lim$$
(64)

$$Rcd_lim = \sigma cd_lim \cdot Ac_ef_lim \tag{65}$$

$$z\_lim = d - \frac{y\_lim}{2} \tag{66}$$

$$Md_{lim} = Rcd_{lim} \cdot z_{lim}$$
(67)

Considerando que a posição limite da linha neutra está dentro do Domínio 3, para a determinação de σcd, o valor de k2 será 1.

A área da armadura correspondente ao Momento Limite é, então, determinada da seguinte forma:

$$As\_lim = \frac{Md\_lim}{f_{yd} \cdot z\_lim}$$
(68)

# 4.1.13.4 <u>Momento no final do Domínio 4 correspondente a x = d, ou seja,</u> <u>kx = 1</u>

As equações a seguir definem o método usado para calcular o momento no final do domínio 4:

$$\varepsilon_{cF4} = \varepsilon_{cu} \tag{69}$$

$$\varepsilon_{sF4} = 0 \tag{70}$$

$$k_{x\_F4} = \frac{\varepsilon c\_F4}{\varepsilon c\_F4 + \varepsilon s\_F4}$$
(71)

$$x_F4 = k_{x_F4} \cdot d \tag{72}$$

$$y_F 4 = \lambda \cdot x_F 4 \tag{73}$$

$$Ac_{ef}F4 = b_{w} \cdot y_{F4} \tag{74}$$

$$k_{2_{F4}} = 1$$
 (75)

$$\sigma cd_F 4 = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot k_2 F 4 \tag{76}$$

$$Rcd_F4 = \sigma cd_F4 \cdot Ac_ef_F4 \tag{77}$$

$$z_F 4 = d - \frac{y_F 4}{2} \tag{78}$$

$$Md_F4 = Rcd_F4 \cdot z_F4 \tag{79}$$

#### 4.1.14 Armadura Simples

#### 4.1.14.1 Determinação da posição da linha neutra (x)

A incógnita para determinar a Armadura de Tração na situação de Armadura Simples é a posição da linha neutra (x). Ao resolver a expressão de x, conforme a Equação 31, toda a sequência de cálculos para definir a armadura será determinada. Na referida equação, temos a altura útil (d), o momento fletor (Md) como solicitação de cálculo, a base da seção transversal (bw) conhecida, e o fator  $\lambda$ , que é determinado com base na Classe do Concreto. O último valor necessário na equação é a tensão de compressão de cálculo do concreto. Esse valor da tensão depende da correspondente deformação ( $\varepsilon$ c), que pode ser inferior a  $\varepsilon$ c2, pertencente ao Subdomínio 2a, ou maior ou igual, pertencente ao Subdomínio 2b, ou ao Domínio 3, até a fronteira limite (para kx\_lim). Quando a seção está no Subdomínio 2a, o diagrama tensão-deformação do concreto encontra-se na região parabólica, com a tensão de compressão sendo inferior ao seu valor máximo. No entanto, se a seção estiver no Subdomínio 2b ou no Domínio 3, até a fronteira limite, a tensão de compressão atinge o valor máximo.

Dessa forma, temos que  $\sigma_{cd} = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot k_2$ , sendo  $k_2 = 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n$  se  $\varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$ , Subdomínio 2a; enquanto  $k_2 = 1$  se  $\varepsilon_c \ge \varepsilon_{c2}$ , Subdomínio 2b e Domínio 3.

Se estivermos no Subdomínio 2a, a solução não é imediata, sendo calculada da seguinte forma:

$$k2 = 1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)\right]^n \tag{80}$$

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot Md}{\sigma_{cd} \cdot bw}}}{\lambda}$$
(81)

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot Md}{(\alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot k_2) \cdot bw}}}{\lambda}$$
(82)

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot Md}{\left[1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)\right]^n\right] \cdot \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot k_2 \cdot bw}}{\lambda}$$
(83)

$$x_{1}(\varepsilon_{c}) = \frac{d - \sqrt{d^{2} - \frac{2 \cdot Md}{\alpha_{c} \cdot \eta_{c} \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{c2}}\right)\right]^{n}\right] \cdot bw}}{\lambda}$$
(84)

$$x = kx \cdot d \tag{85}$$

$$kx = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \tag{86}$$

(87)

( - - )

$$kx = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \left(\frac{10}{1000}\right)}$$

$$x_2(\varepsilon_c) = \left|\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \left(\frac{10}{1000}\right)}\right| \cdot d$$
(88)
$$x_2(\varepsilon_c) = x_1(\varepsilon_c)$$
(89)

$$\frac{\left| d - \sqrt{\frac{d^2 - \frac{2 \cdot Md}{\alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left[ 1 - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right) \right]^n \right] \cdot bw}} \right|}{\lambda} = \left| \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \left(\frac{10}{1000}\right)} \right| \cdot d$$
(90)

Variando  $\varepsilon_c$  de 0 a  $\varepsilon_{c2}$  e buscar a diferença nula:

$$|x_1(\varepsilon_c) - x_2(\varepsilon_c)| = 0 \tag{91}$$

No entanto, se estivermos no Subdomínios 2b, ou no Domínio 3, k2=1, de modo que temos todos os valores para se determinar x, provendo a seguinte solução mediata:

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot Md}{\sigma_{cd} \cdot bw}}}{\lambda}$$
(92)

$$\sigma_{cd} = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot k_2 \tag{93}$$

Sendo k2 = 1, obtém-se:

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot Md}{(\alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd}) \cdot bw}}}{\lambda}$$
(94)

Independentemente de como se encontra o valor de x (por tentativa, se a solicitação estiver no Domínio 2, Subdomínio 2a ou por determinação direta se a solicitação estiver no Domínio 2, Subdomínio 2b, ou Domínio 3 até a Fronteira Limite), a Armadura Simples é assim calculada conforme a equação 32:

$$A_{s} = \frac{M_{d}}{f_{sd} \cdot z}$$
(32)

#### 4.1.15 Flexão Pura – Armadura Dupla

A partir da definição de uma posição limite para a linha neutra (kx\_lim), estabelece-se a fronteira que diferencia o cálculo de armadura entre Armadura Simples e Armadura Dupla. Para o caso de Armadura Dupla, o cálculo da armadura devido à flexão resulta em dois conjuntos: a armadura de tração e a armadura de compressão, sendo esta última responsável por atuar como porta-estribo.

No contexto da posição limite da linha neutra, o momento correspondente é denominado Momento Limite, que é calculado com base na Armadura Simples. A utilização do arranjo de Armadura Dupla é necessária quando a solicitação de Momento Fletor ultrapassa o Momento Fletor Limite, correspondente ao valor de kx\_lim.

O cálculo das Armaduras de Tração e Compressão é feito dividindo o Momento Fletor em duas parcelas: I) Momento Fletor Limite, para kx limite e, por conseguinte x limite, cuja armadura de tração é (As limite); II) Variação de Momento Fletor, ΔMd, que será resistida por um binário de forças correspondentes a um acréscimo de armadura de tração, juntamente com a necessidade de armadura de compressão (Asc).

Caso o momento de projeto seja superior ao momento limite calculado a partir da Equação (67), é necessário a aplicação da armadura auxiliar, ou Armadura Dupla, como ilustrado na Figura 9:

Figura 9- Armadura Dupla



Fonte: SOARES, 2023.

# 4.1.15.1 Fase (I) – Armadura de Tração

A armadura de tração na fase I é a armadura limite correspondente ao momento limite, assim:

$$Md_{lim} = \text{Rcd}_{lim} \cdot \text{z}_{lim}$$
 (95)

$$As\_lim = \frac{Md\_lim}{fyd \cdot z\_lim}$$
(96)

# 4.1.15.2 Fase (II) – Acréscimo de Armadura de Tração

Nessa fase é necessário calcular o momento diferencial entre o momento limite e o de projeto.

$$\Delta M_{\rm d} = M_{\rm d} - M d_{\rm lim} \tag{97}$$

Então, o acréscimo de armadura de tração, será:

$$\Delta A_s = \frac{\Delta M_d}{f_{yd} \cdot z_c} \tag{98}$$

Onde:

$$z_c = d - d'' \tag{99}$$

Portanto, na região tracionada a armadura total de tração será a somatória de (96) com (98):

$$Ast = As\_lim + \Delta As \tag{100}$$

$$Ast = \frac{Md\_lim}{fsd\cdot z\_lim} + \frac{\Delta Md}{fyd\cdot z_c}$$
(101)

### 4.1.15.3 Fase (II) – Armadura de Compressão

Na fase II, para determinar a armadura de compressão é necessário determinar a deformada no centro de gravidade da armadura comprimida para a avaliação da tensão no aço correspondente. A partir da Figura 10 a seguir, calcula-se a deformada na armadura de compressão.

Figura 10- Diagrama de deformação em uma seção retangular com armadura dupla



Fonte: SOARES, 2023.

Por semelhança de triângulos no diagrama de deformação, temos que:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x\_lim} = \frac{\varepsilon_{sc}}{(x\_lim - d")}$$
(102)

$$|\varepsilon_{sc}| = \left(\frac{x\_lim-d''}{x\_lim}\right) \cdot \varepsilon_{cu}$$
(103)

$$se \begin{cases} |\varepsilon_{sc}| \ge \varepsilon_{yd} \to f_{scd} = f_{yd} \\ |\varepsilon_{sc}| < \varepsilon_{yd} \to f_{scd} = E_s \cdot |\varepsilon_{sc}| \end{cases}$$
(104)

Sendo x\_lim definido na equação 60:

$$x\_lim = k_{x\_lim} \cdot d \tag{60}$$

A determinação da tensão no aço comprimido é feita através da equação 104. Sendo assim, a armadura de compressão será:

$$Asc = \frac{\Delta M_{\rm d}}{f_{scd} \cdot z_c} \tag{105}$$

### 4.1.16 Distribuição de barras longitudinais

Para calcular a quantidade de barras necessárias, é essencial conhecer algumas dimensões da seção transversal da viga, conforme ilustrado na Figura 11.





Fonte: SOARES, 2023.

Na qual:

 $\Phi_t$ - Diâmetro do estribo;

c- Cobrimento;

 $b_w$ - Largura da base da viga;

b<sub>0</sub>- Comprimento do fuste da viga, encontrado pela Equação 95:

$$b_0 = b_w - 2c - 2\Phi_t \tag{106}$$

# 4.1.16.1 Quantidade de barras necessárias

De início, escolhe-se o diâmetro do estribo, e em seguida, calcula-se a área da barra  $As_{\Phi}$ , com o diâmetro  $\Phi$ , conforme demonstrado na Equação 106:

$$As_{\Phi} = \frac{\pi \cdot \Phi^2}{4} \tag{107}$$

Sendo o número de barras:

$$N\Phi_{nec} = \frac{As_{cal}}{As_{\Phi}}$$
(108)

Vale ressaltar que o valor de  $N\Phi_{nec}$  deve ser arredondado para o número inteiro mais próximo maior.

### 4.1.16.2 Espaçamentos mínimos

Os espaçamentos mínimos são demonstrados de acordo com a Figura 12 a seguir:





Fonte: SOARES, 2023.

Para o cálculo do espaçamento mínimo, são utilizadas as seguintes equações:

$$S_{0h} \ge \begin{cases} 2cm \\ \Phi \\ 1,2 \cdot \Phi_{AGR} \end{cases}$$
(109)

$$S_{0\nu} \ge \begin{cases} \Delta C m \\ \Phi \\ 0, 5 \cdot \Phi_{AGR} \end{cases}$$
(110)

Onde  $\Phi_{AGR}$  é o diâmetro máximo do agregado.

A partir da segunda camada, é necessário deixar o espaço (fosso do vibrador) para a entrada do vibrador, sendo os espaçamentos assim definidos:

$$S_{0hf} \ge \begin{cases} S_{0h\_min} \\ S_{0vib\_min} \end{cases}$$
(111)

$$S_{0vibmin} = \Phi_{vib} + 1cm \tag{112}$$

Para a quantidade de fosso, segue-se o seguinte critério:

$$\begin{cases} p / b_w \le 30cm \to 1 \text{ fosso!} \\ p / 30 \le b_w \le 60cm \to 2 \text{ fossos!} \end{cases}$$
(113)

### 4.1.16.3 Número máximo de barras na primeira camada

O número máximo de barras na primeira camada é demonstrado conforme a Figura 13:



Figura 13- Número máximo de barras na primeira camada

Fonte: SOARES, 2023.

A distribuição das barras se dá no espaço  $b_0$ , onde  $N_{\Phi_{1c}}^{max}$  é o número máximo de barras que cabem na primeira camada, sendo assim calculado:

$$b_0 = N \cdot \Phi + (N - 1) \cdot S_{0Hmin}$$
 (114)

$$b_0 = N \cdot \Phi + N \cdot S_{0Hmin} - S_{0Hmin} \tag{115}$$

$$b_0 = N \cdot (\Phi + S_{0Hmin}) \tag{116}$$

$$N = \frac{b_0 + S_{0Hmin}}{\Phi + S_{0Hmin}} \tag{117}$$

$$N_{\Phi 1c}^{máx} = \frac{b_0 + S_{0Hmin}}{\Phi + S_{0Hmin}} \tag{118}$$

# 4.1.16.4 Número máximo de barras na segunda camada

O número máximo de barras na segunda camada é demonstrado de acordo com a Figura 14:

Figura 14- Número máximo de barras a partir da segunda camada



Fonte: SOARES, 2023.

# 4.1.16.5 <u>Centro de gravidade</u>

O Centro de gravidade da estrutura é representado conforme a Figura 15:



Figura 15- Determinação do centro de gravidade (CG) real



Para o cálculo do centro de gravidade real, utilizam-se os valores do centro da barra no sentido de y, conforme ilustrado na Figura 15.

$$\Delta = S_{0vmin} + \Phi \tag{119}$$

$$y_1 = c + \Phi_t + \frac{\Phi}{2} \tag{120}$$

$$p/i = 2 \to n \to y_i = y_{i+1} + \Delta \tag{121}$$

Logo, o centro de gravidade real será obtido pela divisão entre a somatória do produto entre o centro de gravidade, no sentido y, de cada barra e o número de barras na camada, e a somatória do número total de barras da camada, conforme mostrado na Equação 121.

$$Y_{CG} = \frac{\sum y_i \cdot N_{\Phi i}}{\sum N_{\Phi cam}}$$
(122)

### 4.1.16.6 Verificação

A verificação consiste em duas etapas. A primeira etapa da verificação é calculada segundo a seguinte equação:

$$Y_{CG} = d'_{real} \le d'_{adotado} \tag{123}$$

A segunda etapa da verificação consiste em determinar o maior valor da variação da distância, no sentido de y, não podendo essa ser  $\leq \frac{h}{10}$ 

$$\Delta_{sup} = y_n - Y_{CG} \tag{124}$$

$$\Delta_{inf} = Y_{CG} - y_1 \tag{125}$$

$$Maior(\Delta_{sup}; \Delta_{inf}) \le \frac{h}{10}$$
(126)

Caso seja atendido as duas condições de verificação apresentadas acima, o detalhamento será aceito.

### 4.1.17 Verificação de flechas (ELS-DEF)

O comportamento da estrutura pode ser descrito de forma que tanto o concreto quanto o aço sejam considerados como materiais elásticos e lineares. Isso significa que as diferentes seções ao longo do elemento estrutural podem sofrer deformações específicas nos estádios I e II. No estádio I, as deformações específicas podem ocorrer desde que os esforços aplicados não ultrapassem aqueles que causam a fissuração, conforme a Figura 16. Já no estádio II, as deformações específicas podem ocorrer mesmo quando os esforços excedem aqueles que causam a fissuração, de acordo com a Figura 17.



Figura 16- Seção não fissurada (Estádio I)

Fonte: ALVA, 2009.

Em que:

$$x_{I} = \frac{\frac{bw \cdot h^{2}}{2} + (\alpha_{e} - 1)A_{s} \cdot d_{real} + (\alpha_{e} - 1)A_{s}' \cdot d''_{real}}{bw \cdot h + (\alpha_{e} - 1) \cdot A_{s} + (\alpha_{e} - 1) \cdot A_{s}'}$$
(127)

$$I_{I} = \frac{bw \cdot h^{3}}{12} + bw \cdot h \left( x_{I} - \frac{h}{2} \right)^{3} + (\alpha_{e} - 1) \cdot A_{s} \cdot (d_{real} - x_{I})^{2} + (\alpha_{e} - 1)A_{s}'(x_{I} - d''_{real})^{2}$$
(128)

# Figura 17- Seção fissurada (Estádio II)



Fonte: ALVA, 2009.

Em que:

$$\frac{b \cdot x_{I}I^{2}}{2} + [\alpha_{e}(A_{s}' + A_{s}) - A_{s}']x_{I}I + [A_{s}' \cdot d' - \alpha_{e}(A_{s}'d' + A_{s}' \cdot d)] = 0$$
(129)

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{-}II^{3}}{3} + (\alpha_{e} - 1)A_{s}'(x_{-}II - d')^{2} + (\alpha_{e} - 1)A_{s}(d - x_{-}II)^{2}$$
(130)

Resolvendo a equação 129, encontra-se o valor de x\_II e substituindo na equação 130, obtém-se o valor do momento de inércia *I*<sub>II</sub>.

Ao realizar o cálculo, deve-se utilizar o valor do módulo de elasticidade secante,  $E_{cs}$ , conforme definido na Seção 8 da ABNT NBR 6118:2023. Além disso, é imprescindível considerar o efeito da fluência ao levar em conta a deformação ao longo do tempo.

### 4.1.17.1 Flecha imediata em vigas de concreto armado

Para estimar de forma aproximada a flecha imediata em vigas, pode-se utilizar a fórmula de rigidez equivalente conforme a seguinte equação:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \le E_{cs} \cdot I_c$$
(131)

Onde:

- *I<sub>c</sub>* é o momento de inércia da seção bruta de concreto;
- *I*<sub>II</sub> é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estádio II, calculado com α<sub>e</sub> = <sup>E<sub>s</sub></sup>/<sub>E<sub>cc</sub>;
  </sub>
- *M<sub>a</sub>* é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;
- *M<sub>r</sub>* é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;
- *E<sub>cs</sub>* é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Sendo assim, o momento Ma é calculado a partir da seguinte equação:

$$M_a = \frac{q_c cqp \cdot L^2}{8} \tag{132}$$

Em que:

L: comprimento da viga;

q\_cqp: carregamento segundo a combinação quase permanente, dado pela equação 5;

# 4.1.17.2 <u>Determinação do parâmetro $\propto_e$ </u>

O parâmetro  $\propto_e$  é a relação entre o Módulo de Elasticidade do Aço e o Módulo de Elasticidade Secante do Concreto, E<sub>cs</sub>, com seu valor secante. Essa relação é necessária para fazer a homogeneização da seção, equação 133:

$$\frac{E_s}{E_{cs}} \tag{133}$$

Sendo Es recomendado pela NBR 6118:2023, conforme a Tabela 5:

Tabela 5- Valor do Es

Aço	E <sub>s</sub> (G Pa)
CA-25	210
CA-50	210
CA-60	210

Fonte: Autores, 2024

O valor de Ecs, segundo a norma NBR 6118:2023 é dado pela equação 134:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \tag{134}$$

Sendo,  $\alpha_i$ , segundo a equação 134:

$$\alpha_i = 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \le 1 \tag{135}$$

O valor de Eci é dado pelas equações 136 e 137:

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot \sqrt{f_{ck}} , para \ f_{ck} \le 50 \ MPa \tag{136}$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right), para \ f_{ck} > 50 \ MPa$$
(137)

Sendo  $\alpha_E$  dado de acordo com a Tabela 6:

# Tabela 6- Valores do αE

Agregado	α <sub>e</sub>
Basalto e Diabásio	1,2
Granito e Gnaisse	1
Calcário	0,9
Arenito	0,7

Fonte: Autores, 2024

### 4.1.17.3 Cálculo da flecha diferida no tempo para vigas de concreto armado

A flecha adicional diferida, que ocorre devido às cargas de longa duração causadas pela fluência, pode ser calculada de maneira aproximada multiplicando a deflexão imediata pelo fator  $\alpha_f$ , dado pela seguinte equação:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50\rho'} \tag{138}$$

Em que:

• 
$$\rho' = \frac{A_s}{bd}$$

 ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 7, mostrada a seguir, ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0) \tag{139}$$

$$\xi(t) = 0.68 \cdot (0.996^t) t^{0.32} \text{ para } t \le 70 \text{ meses}$$
(140)

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses} \tag{141}$$

### Tabela 7- Valores do coeficiente $\xi$ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥70
Coeficiente ξ( <i>t</i> )	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2
ξ( <i>t</i> )	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

Sendo:

• t o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

 t<sub>0</sub> a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração. No caso de parcelas da carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar para t<sub>0</sub> o valor ponderado a seguir:

$$t_0 = \frac{\sum P_i t_{0i}}{\sum P_i} \tag{142}$$

Onde:

- *P<sub>i</sub>* representa as parcelas de carga;
- $t_{0i}$  é a idade em que se aplicou cada parcela  $P_i$ , expressa em meses.

O valor da flecha total deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por  $(1 + \alpha_f)$ .

### 4.1.18 Abertura de fissuras

Segundo FREIRE e SANTOS (2016), a fissuração ocorre de forma inevitável em estruturas de concreto armado. Várias podem ser as causas da fissuração, como o aparecimento de tensões de tração superiores à tensão de fissuração do material, erros de execução, deficiência dos materiais a serem utilizados, bem como no mau uso da estrutura.

A verificação de abertura de fissuras é recomendada pela norma NBR 6118:2023. O assunto está relacionado às exigências mínimas de durabilidade estabelecidas, segundo a figura 18, apresentada abaixo:

Tipo de concreto estrutural	Tipo de protensão	Classe de agressividade ambiental (CAA)	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar		
Concreto simples	-	CAA I a CAA IV	Não há	-		
	-	CAAI	ELS-W w <sub>k</sub> ≤ 0,4 mm			
Concreto armado	-	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \le 0.3 \text{ mm}$	Combinação freguente		
	- /	CAAIV	ELS-W $w_k \le 0,2 \text{ mm}$	inequente		
Concreto	Pré-tração	CAAI		Combinação frequente		
1 (protensão parcial)	Pós-tração	CAA I e CAA II	ELS-W <i>w</i> <sub>k</sub> ≤ 0,2 mm			
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração	CAA I e CAA II	Verificar as duas condições abaixo ELS-F Combinaçã frequente			
	Pós-tração	CAA I a CAA IV	ELS-D <sup>a</sup>	Combinação quas permanente		
Concreto protendido nível	Pré-tração	CAA I a CAA IV	Verificar as duas ELS-F	condições abaixo Combinação rara		
3 (protensão completa)	Pós-tração	CAA I a CAA IV	ELS-D <sup>a</sup>	Combinação frequente		
Para as classes de proteção especial n No caso de pré-tr ABNT NBR 9062. NOTA 1 As definiç NOTA 2 No projet frequente das açõe:	agressividade a a região de suas ração em estrutu ções de ELS-W, E to de lajes lisas s, em todas as cla	mbiental CAA-III e IV, ancoragens. Iras de concreto pré- ILS-F e ELS-D encontra e cogumelo protendida Isses de agressividade	exige-se que as cordoalha fabricado, devem ser ater Im-se em 3.2. s, basta ser atendido o EL ambiental.	s não aderentes tenhar ndidos os requisitos d .S-F para a combinação		

Figura 18- Tabela 13.4 da NBR 6118:2023

Tabela 13.4 – Exigências mínimas de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção

Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

Segundo a Figura 18, destacam-se para a verificação de abertura de fissura, os seguintes limites máximos, em função da classe de agressividade ambiental:

- a) 0,4 mm para concretos de classe de agressividade ambiental 1;
- b) 0,3 mm para concretos de classes de agressividade ambiental 2 e 3;
- c) 0,2 mm para concretos de classe de agressividade ambiental 4;

É importante salientar que norma NBR 6118:2023, ao apresentar os fundamentos para os procedimentos recomendados para o cálculo da abertura de fissuras, considera que é muito difícil se obter o valor de abertura de fissuras, pelo fato de não se conseguir estimar com segurança a influência das variações volumétricas da estrutura. Por essa razão os critérios apresentados a seguir devem ser adotados como avaliações aceitáveis do comportamento geral do elemento, mas não garantem avaliação precisa da abertura de uma fissura específica.

#### 4.1.18.1 Procedimento para cálculo da abertura de fissura

Para o cálculo da abertura de fissura deve ser considerado uma área do concreto de envolvimento ( $A_{cr}$ ), constituída por um retângulo cujos lados não distem mais de 7,5 $\Phi$  do eixo da barra da armadura, Figura 19.

Região de envolvimento 7,5 ¢, de o, com área ---Linha Neutra . 7,5 0,1 • . ٠ • • •. ٠ Armadura de pele tracionada da viga

Figura 19- Área de envolvimento do concreto para cada barra

Fonte: ABNT NBR 6118, 2023

Para se calcular o valor da abertura de fissuras ( $w_k$ ), a NBR 6118:2023 apresenta duas expressões similares, com pequena diferença. Para cada uma das regiões de envolvimento, o valor final a ser considerado é dado pelo menor entre os resultados obtidos das seguintes equações:

$$w_{k1} = \frac{\Phi_i}{12,5\eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3\sigma_{si}}{f_{ct,m}}$$
(143)

$$w_{k2} = \frac{\Phi_i}{12,5 \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right) \tag{144}$$

Em que:

wk: valor calculado da abertura da fissura em uma barra;

Φi: diâmetro da barra;

σ<sub>si</sub>: tensão de tração no centro de gravidade da armadura, considerada no estádio II;

η1: coeficiente de conformação superficial, conforme:

- a) η1 = 1,00 para aço CA-25;
- b) η1 = 2,25 para aço CA-50;
- c) η1 = 1,00 para aço CA-60;

Esi: módulo de elasticidade da barra considerada;

fct,m: resistência média à tração do concreto

pri: taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação a área da região de envolvimento;

Sendo:

$$\rho_{ri} = \frac{As_{\phi}}{A_{cri}} \tag{145}$$

Onde:

As<sub>0</sub>: área da seção transversal da barra;

Acri: região de envolvimento protegida pela barra;

Reitera-se que, para cada barra serão encontrados dois valores (wk1 e wk2) em

### que o menor dentre eles deve ser considerado como valor final.

A região de envolvimento da barra é um ponto importante a ser compreendido, segundo as recomendações da norma NBR 6118:2023.

#### 4.1.18.2 <u>Determinação da área de envolvimento</u>

Para a determinação da área de envolvimento, segue um exemplo genérico e explicativo que elenca os passos que devem ser seguidos para a obtenção dos resultados da área de envolvimento, Figura 20.



Figura 20- Exemplo genérico para o cálculo da área de envolvimento

Fonte: Autores, 2024

Na figura acima, tem-se o detalhamento da armadura longitudinal de tração de uma viga de seção retangular (base "bw" e altura "h"), com barras de diâmetro "Φ" enumeradas de um a cinco. O cobrimento da armadura representado por "Cob" e diâmetro do estribo sendo nominado de "Φt.". O detalhamento apresenta espaçamento vertical livre entre camadas de barras ("Sov") e espaçamento livre horizontal entre duas barras consecutivas na camada ("Soh").

A norma ABNT NBR 6118:2023 define a região de influência de uma barra, que equivale a um quadrado com metade do lado de valor sete vezes e meia (7,5) o seu diâmetro. Sendo assim, a área de influência de uma única barra é equivalente a um quadrado de lado 15  $\Phi$ , conforme mostrado na Figura 21:



Figura 21- Área de abrangência de uma barra

Fonte: Autores, 2024.

Sendo assim, em um detalhamento, por conta do tamanho da área de influência ou distribuição das barras, deve ser considerada duas situações:

a) Barra nas extremidades: Quando uma barra é encontrada nas extremidades, é necessário observar se a zona de influência não irá extrapolar o limite da viga. Isso ocorre caso a cota de 7,5 Φ > cob (cobrimento) + Φt (diâmetro do estribo) + Φ/2 (metade do diâmetro da barra longitudinal). Portanto, nessas situações, há uma limitação da área de influência à face da seção transversal, conforme a Figura 22.





b) Sobreposição da área de influência: Caso a distância entre os eixos de duas barras não diste mais do que 15 Φ, as zonas de influências de duas barras irão se sobrepor. Portanto, nessas situações, a área de influência fica limitada a metade das distâncias entre os centros das barras, conforme a Figura 23:



Figura 23- Limitação na metade da distância entre as barras

Fonte: Autores, 2024.

### 4.1.18.3 Determinação da taxa de armadura (pri)

A taxa de armadura ativa (que não esteja no interior de bainhas) ou passiva ( $\rho_{ri}$ ) é dada pela equação 145, em que a área de envolvimento A<sub>cri</sub> é encontrada conforme explicado no item 4.1.18.2 desse projeto e  $As_{\phi}$ , partir da equação 107.

### 4.1.18.4 Determinação do momento atuante (Ma)

Sendo assim, o momento Ma é calculado a partir da equação 146:

$$M_a = \frac{q_c f \cdot L^2}{8} \tag{146}$$

Em que:

L: comprimento da viga;

q\_cf: carregamento segundo a combinação frequente, dado pela equação 6;

# 4.1.18.5 <u>Determinação da tensão de tração no centro de gravidade da</u> armadura (σ<sub>si)</sub>

Para encontrar o valor da tenção de tração da seção fissurada, no Estádio II (ELS – W), estando sujeito as seguintes tensões mostradas na Figura 24:



Figura 24- Tensões no Estádio II

Fonte: Autores, 2024.

A figura 24, acima, mostra a distribuição das tensões de tração ( $\sigma_s$ ), no centro de gravidade da armadura detalhada e de compressão ( $\sigma_c$ ), ao longo da linha neutra (x\_II), da seção fissurada no Estádio II. O momento atuante (M<sub>a</sub>), no caso é o momento fletor calculado a partir da combinação das ações na condição de carregamento quase permanente.

Para que seja possível deduzir a fórmula da tensão de tração é necessário o conhecimento das equações 136,137,138:
$$\sigma = \frac{M}{w} \tag{147}$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{148}$$

$$w = \frac{I\_II}{d - x\_II}$$
(149)

Sendo assim, parte-se do princípio da igualdade das deformações do concreto envolvendo a armadura ( $\epsilon_c = \epsilon_s$ ), equação 150:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s$$
 (150)

Isolando a variável ε da equação 137 e aplicando na equação 139, tem-se a equação 151:

$$\frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_s}{E_s} \tag{151}$$

Desenvolvendo a equação 151, obtém-se:

$$\sigma_s = \sigma_c \cdot \frac{E_s}{E_c}$$
. Sabendo que  $\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$ , tem-se: (152)

$$\sigma_c = \frac{\sigma_s}{\alpha_e};\tag{153}$$

Dessa forma, para obter-se a equação da tensão de tração:

$$\sigma_c = \frac{M_a}{w} \tag{154}$$

$$\frac{\sigma_s}{\alpha_e} = \frac{M_a}{\frac{I\_II}{d - x\_II}};$$
(155)

$$\sigma_s = \alpha_e \cdot \frac{M_a}{I\_II} \cdot (d - x\_II)$$
(156)

Portanto a equação 156 será utilizada para calcular a tensão de tração no centro de gravidade da armadura.

## 4.2 Metodologia

A metodologia a ser seguida neste trabalho será dividida em várias etapas, a saber:

- Estudo e conhecimento das planilhas anteriores desenvolvidas;
- Implementação computacional das rotinas de cálculos em planilhas;
- Aprimoramento da planilha geral, com a apresentação de uma organização que facilite ao usuário a navegação pela teoria e cálculos, propiciando uma interface mais amistosa para o autoaprendizado.

## 5 RESULTADOS OBTIDOS

Como resultado obtido, tem-se a planilha desenvolvida e o tutorial que a acompanha para facilitar a interação do usuário.

#### 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse projeto, desenvolvido no âmbito do Trabalho de Conclusão de Curso II, tem como motivação o estudo dos princípios do concreto armado, com foco no dimensionamento da seção transversal e na determinação da armadura necessária para seções retangulares submetidas à flexão pura. Este projeto representa a etapa final de uma série de Trabalhos de Conclusão de Curso desenvolvidos anteriormente, consolidando os estudos e avanços realizados ao longo do tempo. Agora, o projeto alcança sua forma completa, integrando os conhecimentos acumulados e as melhorias propostas, resultando em uma solução abrangente e refinada.

Espera-se que os produtos deste projeto - planilha de cálculo e o tutorial desempenhem um papel significativo no aprendizado de outros alunos. Esses materiais foram concebidos para serem ferramentas didáticas acessíveis e eficazes para a compreensão dos conceitos de dimensionamento de armaduras e a aplicação prática dos princípios do concreto armado. Assim, esses materiais tornam-se valiosas ferramentas educacionais, enriquecendo o processo de ensino-aprendizagem e beneficiando as futuras gerações de estudantes.

Agradecimentos especiais são direcionados ao professor orientador deste projeto, Alberto Chaer, pelo tempo dedicado, pelos valiosos ensinamentos na área de concreto armado e pelos aprendizados que extrapolam o âmbito acadêmico. Sua didática excepcional, cordialidade e comprometimento foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

# 7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

De forma complementar aos resultados obtidos neste trabalho, é feita uma sugestão para trabalhos futuros:

- Automação para o cálculo da área de envolvimento da armadura, para o cálculo da abertura de fissuras.
- Esquematização do detalhamento em desenho;
- Ampliação do trabalho para vigas de seção T.

### REFERÊNCIAS

ALVA, G. M. S. Estados Limites De Serviço Segundo a NBR 6118. Universidade Federal de Santa Maria, Departamento de Estruturas e Construção Civil. Santa Maria-RS, 2009.

ARAÚJO, J.M., **Curso de Concreto Armado – Volume 1**, Editora DUNAS. 3.ed. Rio Grande - RS, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. (2023). Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. (2007). Rio de Janeiro.

BASTOS, P. S. (2019). Estruturas de concreto I: fundamentos do concreto armado (apostila, e-book). Bauru: Universidade Estadual de São Paulo.

CHAER, A. V., & OLIVEIRA, M. G. (2003). E-book / Notas de Aula – Disciplina Estruturas de Concreto Armado I. Goiânia, GO: PUC Goiás, Escola Politécnica, Engenharia Civil.

FREIRE, L. F., SANTOS, C. R. Cálculo de flechas em viga de concreto armado considerando a fissuração por tração na flexão. Trabalho de Conclusão de Curso.
PUC Goiás, Escola Politécnica e de Artes, Engenharia Civil. Goiânia-GO, 2016.

NEVES, FÁBIO. VIGAS DE SEÇÃO RETANGULAR EM FLEXÃO PURA -ARMADURA SIMPLES E DUPLA: ELABORAÇÃO DE PLANILHAS PARA O AUTO APRENDIZADO - TCC-2. Goiânia, 2023.

PAPPALARDO, A. J. (2019). Estruturas de Concreto II Aula 5 – Flechas em viga -Verificação de flechas em vigas concreto armado. São Paulo: Escola Engenharia Universidade Presbiteriana Mackenzie.

PRAXEDES, C. C., JORGE, G. E., & CHAER, A. V. (2015). **Dimensionamento de seções retangulares submetidas a flexão pura.** TCC-2. Goiânia, GO: PUC Goiás. Escola de Engenharia Civil.

ROCHA, J. C., & CHAER, A. V. (2020). Armadura de Tração em Seções Retangulares Submetidas à Flexão Pura – Simplificação de Cálculo para **Armadura Simples TCC-2**. Goiânia, GO: PUC Goiás, Escola Politécnica e de Artes, Engenharia Civil.

SANTOS, D. C., & SOARES, L. C. (2022). Modelagem computacional de vigas de concreto armado sujeitas à corrosão. Goiânia.

SILVA, G. G. Vigas Em Concreto Protendido - Força De Protensão E Armadura Longitudinal De Flexão. Trabalho de Conclusão de Curso. Goiânia, GO: PUC Goiás, Escola Politécnica e de Artes, Engenharia Civil, 2022.

SOARES, ÍGOR & CHAER, A. V. Verificação de flechas em vigas de seção retangular – implementação computacional para o aprendizado TCC-2. Trabalho de Conclusão de Curso. Goiânia, GO: PUC Goiás, Escola Politécnica e de Artes, Engenharia Civil, Goiânia, 2023.