

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
ESCOLA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES E HUMANIDADES - EFPH
PUC-GO

MARÍLIA SOUSA DO VALE

PROPONDO METODOLOGIAS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES

GOIÂNIA

2023

MARÍLIA SOUSA DO VALE

PROPONDO METODOLOGIAS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciatura, pelo Curso Matemática da Pontifícia Universidade Católica. Orientador: Prof^a. Dra. Vanda Domingos Vieira.

GOIÂNIA

2023

MARÍLIA SOUSA DO VALE

PROPONDO METODOLOGIAS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciatura, pelo Curso Matemática da Pontifícia Universidade Católica. Orientador: Prof^a. Dra. Vanda Domingos Vieira.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dra. Vanda Domingos Vieira. PUC Goiás

Prof.^o Adelino Cândido Pimenta. PUC Goiás

Prof.^a Dra. Vanda Domingos Vieira. PUC Goiás

GOIÂNIA
2023

*"Dedico este trabalho a todos que me apoiaram
quando eu mais necessitava e que acreditaram
que eu chegaria onde cheguei hoje."*

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a conclusão deste trabalho

. Em primeiro lugar, agradeço a Deus que fez com que meus objetivos fossem alcançados, à minha orientadora, cuja orientação sábia e valiosa foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu namorado, minha família e amigos, meu sincero agradecimento pelo apoio incondicional ao longo desta jornada. Suas palavras de incentivo foram o combustível que impulsionou minha perseverança.

Aos meus professores e colegas de turma que compartilharam seus conhecimentos e experiências, agradeço por enriquecer meu entendimento sobre o tema. Por último, mas não menos importante, agradeço aos meus alunos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Seu apoio foi vital, e estou verdadeiramente grata por contar com todos ao longo dessa caminhada. Muito obrigada a todos.

RESUMO

O presente trabalho tem como finalidade apresentar o estudo sobre frações frisando nas dificuldades expostas pelos alunos em sala de aula, buscando formas de promover um melhor desenvolvimento e uma melhor aprendizagem. Esse projeto teve como embasamento pesquisas bibliográficas afim de compreender melhor essa temática, para tal foram utilizadas as obras de Druck (2005, Cavaliere (2005), Santos e Fonseca (2019), Santos (2014), Scolaro (2008) e Lorenzato (2008). Para o desenvolvimento desse trabalho foi utilizado o método qualitativo, que visava analisar o modo como vem sendo transmitido o conteúdo das frações aos alunos, e as poucas informações encontradas foram nos livros, com os ensinamentos clássicos de divisão do bolo, do chocolate e da pizza prejudicando ensino e dificultando que ele seja de qualidade. Assim, foram levantados métodos para auxiliar os estudantes em uma maior compreensão das frações, obtendo resultados positivos. Para finalizar, é necessário que haja uma intervenção dos profissionais da área de matemática para dominarem o conteúdo antes de transmiti-lo, afim de levar um melhor conceito para sala de aula e deixar com que os alunos criem seus próprios aprendizados através das ideias expostas e não deixando a eles o falso domínio das frações

Palavras-chave: Frações; Dificuldades Matemáticas; Intervenção Pedagógica.

ABSTRACT

The purpose of this work is to present the study of fractions, emphasizing the difficulties exposed by students in the classroom, seeking ways to promote better development and better learning. This project was based on bibliographic research in order to better understand this theme, for which the works of Druck (2005), Cavaliere (2005), Santos and Fonseca (2019), Santos (2014), Scolaro (2008) and Lorenzato (2008) were used. For the development of this work, the qualitative method was used, which aimed to analyze the way in which the content of fractions has been transmitted to students, and the little information found was in books, with the classic teachings of dividing cake, chocolate and pizza, harming teaching and making it difficult for it to be of quality. Thus, methods were devised to help students gain a better understanding of fractions, with positive results. Finally, it is necessary for mathematics professionals to master the content before transmitting it, in order to bring a better concept to the classroom and allow students to create their own learning through the ideas exposed and not leaving them the false mastery of fractions.

Keywords: Fractions; Mathematical difficulties; Pedagogical intervention.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Leitura e representação das frações	22
Figura 2	- Leitura e representação das frações no cotidiano	22
Figura 3	- Leitura e representação das frações no cotidiano	23
Figura 4	- Leitura e representação das Frações Próprias	23
Figura 5	- Leitura e representação das Frações Mistas	24
Figura 6	- Leitura e representação das Equivalências de Frações	25
Figura 7	- Outro exemplo de leitura e representação das Equivalências de Fração	25
Figura 8	- Leitura e representação das Frações Irredutíveis.....	26
Figura 9	- Leitura e representação das Frações Aparentes	26
Figura 10	- Leitura e representação para comparação das frações.	28
Figura 11	- Ordem crescente pela reta numérica.....	29
Figura 12	- Transformando Fração Mista em Imprópria na Reta Numérica	29
Figura 13	- Alunos realizando a proposta de atividade	33
Figura 14	- Alunos realizando a proposta de atividade em folha impressa	34
Figura 15	- Representação da atividade proposta	34
Figura 16	- Alunos realizando a atividade com auxílio do livro didático.....	35
Figura 17	- Raciocínio das duplas para a realização da atividade proposta	36
Figura 18	- Raciocínio das duplas com as cartas distribuídas de modo aleatório	36
Figura 19	- Exemplos sobre os tipos de fração	37
Figura 20	- Atividades realizadas pelos alunos com pouco empenho	38
Figura 21	- Atividade para transformar desenhos em fração.....	38
Figura 22	- Atividade de Frações com as operações básicas.....	39
Figura 23	- Atividade realizada com dificuldade por apenas uma dupla.....	40

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Leitura das Frações Próprias	19
Quadro 2 - Leitura das Frações com Múltiplos de 10	20
Quadro 3 - Leitura das Frações Maiores que 10.....	20
Quadro 4 - Leitura das Frações Inteiras.....	21
Quadro 5 - Leitura das Frações Impróprias	21
Quadro 6 - Leitura das Frações Mistas	21

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. A PRÁTICA DA FRAÇÃO	12
2.1 As dificuldades em sala de aula referentes ao estudo das frações	15
3. TEORIA DAS FRAÇÕES	18
3.1 Leitura das frações	19
3.2 Tipos de Frações	23
3.3 Comparação de frações	26
3.4 As 4 operações na fração com números naturais	30
4. ATIVIDADES REALIZADAS	32
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
REFERÊNCIAS	42

1. INTRODUÇÃO

Ao longo de minha trajetória escolar ainda enquanto estudante fiz pequenas observações de forma intrigante, que consistiam na constatação de várias dificuldades de alguns de meus colegas de turma com relação as frações e divisões, e esses déficits também foram perceptíveis durante todo meu percurso de vida escolar. Essas dificuldades também foram observadas em outros colegas, além de alunos que fizeram parte dos projetos feitos ao longo da minha vida acadêmica, como por exemplo o PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência e a Residência Pedagógica, além da minha área profissional dentro da educação, com alunos de Ensino Fundamental I ao 3º ano do Ensino Médio.

Em observação a essas dificuldades, vistas que eram presentes em vários níveis da aprendizagem dos alunos, situadas tanto em sua fase introdutória quanto nos anos finais da educação básica, passei a ver essas dificuldades com um olhar profissional, e por esse motivo resolvi buscar informações mais detalhadas e relevantes em relação ao mesmo. Baseando-se nessa premissa, esse trabalho será desenvolvido de acordo com as experiências por mim obtidas e pelas observações feitas dentro do ambiente escolar.

Por se tratar de um conteúdo que não é visto diariamente tende-se a enxergá-lo com mais complexidade perante seus desafios, chegando a entender que as frações são “complicadas” ou então o termo mais usado “um bicho de sete cabeças”. Pensando nisso, mesmo que haja formas de verifica-la no dia a dia, a maioria conta com o uso da tecnologia ao seu favor. Ou seja, quando vamos ao mercado ou a feira temos acesso a calculadoras no celular, quando vamos fazer uma receita de bolo, temos acesso a diversas formas de medidas já prontas, facilitando assim nas dosagens necessárias, ou ainda, ao dividir a conta de um restaurante contamos mais uma vez com o apoio tecnológico, assim contribuindo para que as frações caiam em desuso, prejudicando ainda mais sua compreensão. Então pensando nisso, de que forma introduzir e interferir para ajudar os alunos em suas habilidades e domínio das operações fracionárias?

Esse estudo visa identificar esses déficits e propor metodologias por meio de atividades que desenvolvam esses conceitos, buscando melhorar o crescimento e o desempenho dos alunos em relação a aprendizagem das frações. A melhoria dessas habilidades visa sanar as dificuldades e bloqueios que os estudantes possuem no momento da resolução, bem como na prática dela no dia a dia, buscando uma liberdade do uso das tecnologias, sem encarar a desenvoltura como um grande desafio.

Esse trabalho visa também um desempenho no interesse nas aulas, buscando uma melhoria na qualidade da aprendizagem matemática dos estudantes, investigando soluções para introduzir os conteúdos de modo que ajudem os alunos a melhorarem suas habilidades e domínios das operações fracionárias, permitindo assim que eles evoluam e consigam de fato aprender frações. Para isso, contaremos com a turma de reforço cuja aulas são ministradas por mim, com alunos do 2º ano do Ensino Médio, no qual possuem dificuldades em matemática básica, além de ser uma turma bastante desinteressada com os conteúdos ministrados.

A atividade realizada em sala possui o intuito de sanar esses déficits, já que se trata da ideia central das aulas de reforço. Com isso faremos uma sustentação de forma qualitativa, verificando a desenvoltura dos alunos com relação ao que será proposto contando com as atividades centradas em suas maiores dificuldades, trabalhadas com papéis e atividades dinâmicas.

Para embasamento deste trabalho usaremos as ideias de Druck (2005), Cavaliere (2005), Santos e Fonseca (2019), Fernandes (2008), Cavalcanti e Guimarães (2007), Souza Junior e Barboza (2013), Santos (2014), Scolaro (2008) e Lorenzato (2008), contendo também livros didáticos do 5º, 6º e 7º ano do Ensino Fundamental. Além de possuir cinco capítulos, sendo a introdução, em seguida desenvolvendo a prática da fração, o terceiro exposto sobre os tipos de frações, o quarto sobre as atividades realizadas explicitando o desenvolvimento detalhado que os alunos tiveram durante a realização do que foi proposto, e por último possuindo uma conclusão final sobre o trabalho.

2. A PRÁTICA DA FRAÇÃO

Ao longo da história, deparamo-nos repetidamente com desafios matemáticos relacionados à divisão, fracionamento e distribuição de recursos de forma igualitária. Estas questões surgem em contextos diversos, desde a aplicação prática em receitas culinárias até as transações em feiras e mercados, entre outras situações cotidianas. A necessidade de dividir igualmente bens como alimentos, lotes de terra, pedaços de madeira e cordas entre nossos antecessores levou à criação de métodos de divisão baseados em materiais, visando garantir que as porções fossem distribuídas de forma proporcional.

De acordo com Cavaliere (2005) há aproximadamente 3000 anos antes de Cristo, os geômetras dos faraós do Egito, faziam marcações relacionadas as terras que ficavam nas margens do Rio Nilo, mas no período dos meses de junho a setembro, o rio transbordava e

acabava estragando parte dessas marcações. Então os proprietários precisavam refazê-las sempre e por isso utilizaram uma nova técnica de marcação utilizando cordas, que seria uma espécie de medidas chamada de estiradores de cordas. Os proprietários esticavam as cordas e assim mediam vendo quantas vezes aquela corda era necessária para definir a metragem do terreno, mas, raramente essa medição trazia a medida corretamente, às vezes, faltavam ou sobravam pequenos pedaços, ou seja, o número obtido não era inteiro. Por esse motivo, foi necessário a criação de novo tipo de número, o número fracionário, onde eles utilizavam o que atualmente chamamos de frações.

Podemos dizer que a origem do conhecimento matemático das frações está localizada no problema de medida e na busca de uma notação para conseguir representar essa medida. Na questão educacional, o conteúdo das frações é um dos mais importantes no ensino da Matemática para o Ensino Fundamental, porém, também é um dos que os alunos mais apresentam dificuldades ao longo da sua vida escolar. Para Santos e Fonseca (2019), mesmo que muitos alunos a entendam como um assunto “fácil”, ela não é algo que prenda a atenção deles e isso pode prejudicar a aprendizagem, acarretando assim as dificuldades ao longo dos anos escolares.

Cavaliere (2005) afirma que as frações são pouco usadas no dia a dia escolar e acabam sendo esquecidas por isso, poucas pessoas conseguem realmente calculá-las, mesmo quando essas são ensinadas nos anos iniciais. O fato de as frações serem pouco utilizadas no nosso cotidiano é um dos motivos pelos quais as crianças têm dificuldade em executá-las de maneira correta e geralmente, quando trabalhadas não dão a chance das crianças se familiarizarem.

Nos conceitos de introdução de frações no ensino fundamental I é comum o tratamento da “fração” como sendo “o número de cima é a parte de uma quantidade desejada e embaixo o total do que se é tratado”, em relação a isso Druck (2005) expõe que mesmo sendo correta a fala, acaba se tornando algo muito vago, prendendo o aluno a aquela situação e reprimindo o mesmo de um conceito mais complexo, assim dificultando sua compreensão do número racional.

Para Fernandes (2008), o conceito de fração pode ser construído junto com os alunos utilizando expressões diárias como um quarto de litro, meia noite, um metro e meio de barbante, vinte por cento, décima parte etc. Essas situações diárias podem ser exploradas em sala e permitem a compreensão de diversos significados, criando assim a necessidade de se estabelecer uma linguagem oral clara o suficiente para poder expressá-los.

O correto para uma boa absorção e entendimento do conteúdo das frações seria uma análise das situações problemas, visando o nível de aprendizagem que esse aluno está e desenvolver todo passo a passo do conteúdo, para uma boa contribuição no ensino e aprendizagem. Para isso, expõe-se o exemplo trazido por Druck (2005) de que uma criança quando começa a falar ela passa a tratar todo e qualquer animal como “au-au” e durante sua trajetória ela passa identificar o animal canino e a trata-lo somente por “cachorro” e assim deveria ser a introdução das frações, iniciar com conceitos básicos e a partir do domínio desse iniciar o próximo processo de aprendizagem.

Para Souza Junior e Barboza (2013)

Em uma sala de aula, os alunos não são iguais, todos são diferentes, cada um está num ponto do estágio de desenvolvimento. Então surge a necessidade de o educador respeitar as individualidades e reconhecer as diferenças existentes. Isso favorecerá o desenvolvimento das potencialidades. Quando um aluno comete um erro, o professor deve aproveitar esta oportunidade, para mostrar o seu respeito com o aluno, e a partir deste erro o professor e o aluno podem construir uma resposta. E o professor deve visualizar as diferentes maneiras de pensar dos alunos para poder orientá-los de modo a obter uma maior aprendizagem (SOUZA JUNIOR E BARBOZA, 2013, p. 201).

Portanto, é necessário que o (a) professor (a) sempre esteja atento em sala de aula com a diversidade de conhecimento e níveis de aprendizagens que seus alunos possuem, buscando sempre respeitar suas diferenças levando a níveis em que todos sejam capazes de acompanhar e compreender, não deixando um aluno com dificuldades para trás.

É importante se atentar de acordo com Druck (2005) aos detalhes, na forma como vai levar os conteúdos para sala de aula. Sendo necessário mostrar que a divisão está dentro do processo de fração e razão, mas que também não possuem os mesmos conceitos e significados e por isso não devemos tratá-las como iguais, isso só irá gerar mais transtornos e confusões ao aluno. As frações devem ser apresentadas de uma forma mais explícita ao aluno, se atentando aos detalhes, como no exemplo da “barrinha” contida na fração “o que ela significa?”, “sempre representará uma divisão?”

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), diz que

[...] no dia a dia, o uso das frações acaba sendo limitado a metades, terços, quartos, bem como mais na via da linguagem oral do que nas representações escritas. O modo mais comum para explorar o conceito das frações é recorrer as situações onde está implícito a relação entre a parte e o todo, que são as divisões tradicionais com chocolate ou pizzas em parte iguais (BRASIL, 1997, p. 68).

Na educação a ideia de representar e ensinar fração é sempre monótono e geralmente é demonstrada através de representações como chocolate, pizzas, bolos e acaba não explorando muito além dos seus conhecimentos já adquiridos. Após toda a explicação, utilizando somente esses materiais, o aluno acaba não sendo capaz de conhecer e desenvolver seus próprios conceitos sozinhos, bem como também não conseguem associar as frações como um número racional.

Outro problema relacionado a esse método constante em sala de aula, é em relação a alguns alunos que não possuem a prática de comer chocolates ou outras guloseimas por condições financeiras, então como seria a visualização envolvendo essas técnicas para alunos que não possuem essas experiências? Geraria um transtorno em sala de aula e excluiria esse aluno pela prática de vivência que ele possui.

2.1 As dificuldades em sala de aula referentes ao estudo das frações

As dificuldades muitas vezes apresentadas pelos alunos quando se estuda as frações se dá pelo fato da complexidade de suas definições. A forma como o assunto é abordado pelo professor contribui para uma aprendizagem negativa, dificultando assim o interesse, bem como a aprendizagem das frações (SANTOS, 2014, p.24).

Para Fernandes (2008) o ensino das frações em sala de aula acontece muitas vezes de forma entediante, com aulas monótonas na qual o professor é somente transmissor de conteúdo, com isso, acaba passando ao aluno uma ideia negativa sobre ela, gerando assim mais dificuldades ao longo do desenvolvimento do processo.

Para Santos (2014), o conceito de número fracionário é complexo e bem difícil de ser abstraído, por isso, há a necessidade de o aluno utilizar materiais didáticos para facilitar o entendimento dele. É por meio do manuseio desses materiais que os alunos passam a construir conceitos, aprender regras e o principal, conseguem entender como as frações se aplicam no seu cotidiano. Essas dificuldades apresentadas por eles quanto ao uso das frações, são devidas as poucas aplicações desse conteúdo em seu dia a dia.

Assim, alguns dos motivos das crianças apresentarem dificuldades com fração estão na complexidade referente a esse conceito e na abordagem que é utilizada na escola. É necessário então explorar meios alternativos de ensinar que considerem uma visão maior em relação a fração (tanto em termos de representação como de significado), que levem o aluno a buscar seu conhecimento informal sobre frações e que busquem a superação das dificuldades encontradas sobre esse conceito. (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009, p.415).

Assim, buscando novas maneiras de introduzir o ensino das frações para sanar todas as dificuldades através de um campo de visão mais amplo sobre o uso das frações no cotidiano e meios mais alternativos para melhor compreensão.

O autor Vianna (2008) expõe essas dificuldades dos alunos com relação às frações de forma divertida, ele foi capaz de associar fração como sendo temida pelos estudantes, fazendo a associação da “hora do vampiro” à “hora da fração”, na qual os professores a utilizam para aterrorizar as crianças, e que elas e outras pessoas que apoiam a extinção das frações dos livros didáticos é como torcer para que enfim uma estacada de madeira no coração de um vampiro, dizendo ainda que as frações juntamente com as operações matemáticas assustam os estudantes.

Entre as autoras Cavalcanti e Guimarães (2007) é exposto que essa dificuldade trazida para a sala de aula pelos alunos não é diferente das dificuldades apresentadas pelos licenciados em matemática no ensino da fração. Em seu trabalho foi citada a pesquisa de Santos (2004) desenvolvida com os profissionais da área pedindo para que elaborassem questões referentes às frações e foi verificado que esses só souberam desenvolver um determinado tipo de atividade sendo operador multiplicativo seguido de parte pelo todo. Essa prática de um ensino com pouco estudo e segurança transmitida aos alunos em sua fase introdutória acarreta as dificuldades em longo prazo.

Para Druck (2005), as formas de equivalência entre frações devem ser tratadas em sala, quando os alunos já possuírem o domínio dos significados em uma fração. Diante disso, podemos introduzir as equivalências mostrando aos alunos sua relação e por mais que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ tenham números diferentes, eles se referem a mesma quantidade e isso deve ser compreendido pelo aluno de forma clara, pois, é a partir disso que eles começam a desenvolver pensamentos mais críticos, criar e propor atividades em que eles expandam sua autonomia de pensamento e deixar que isso flua sem intervenção do professor para a compreensão real do processo, apropriando-se de fatos e chegando às suas próprias conclusões.

Segundo Scolaro (2008) o uso dos objetos manipuláveis ou materiais didáticos permite que os alunos toquem, sintam, manipulem e movimentem, tornando a aprendizagem real e significativa.

Os autores Santos e Fonseca (2019) apontam que o conteúdo relacionado às frações pode ser empregado de diversas formas, inclusive em situações que fazem parte do cotidiano, como na seleção de ingredientes para fazer um bolo, no nosso sistema monetário, na divisão de uma pizza, entre outras coisas, e isso pode ser utilizado em sala de aula, pois quando o professor

utiliza de situações do cotidiano, o aluno pode aprender de modo mais significativo por estar mais envolvido com as práticas do dia a dia.

O autor Cavaliere (2005) também compartilha das mesmas ideias e complementa que para uma compreensão mais divertida e dinâmica levando a uma maior aprendizagem, podendo ser mais divertido e menos teórico, metódico abrindo espaços para maiores discussões e resultados mais satisfatórios, mas para isso deve-se que os professores se dediquem aos preparos das aulas e façam novas formas de ensino

Complementando as ideias de que o trabalho da fração deve ser realizado de forma lúdica, pode-se utilizar materiais concretos como cartolina de tamanhos e cores diferentes, botões, palitos, tampinhas, grãos, fita métrica, balança, latas, ovos e caixas de ovos etc., para facilitar a aprendizagem das frações. Além disso, pode-se também expor ideias cotidianas sobre fração oportunizando assim uma maior facilidade do seu entendimento e uma maior aceitação desse conhecimento matemático.

O autor D'Augustine (1984) traz sobre a ideia do ensino de fração deve ser ensinado através de polígonos, segmentos de retas, linhas e conjuntos determinados, dando prioridade da introduzindo primeiramente por meio de repartições e visualizações das frações nesses antes de desenvolver de fato suas técnicas auxilia para uma melhor compreensão. Complementa ainda sobre a definição de fração

Defina-se um número fracionário como o cociente de dois números naturais, de modo que o divisor seja diferente de zero, isto é, um número fracionário é qualquer número que pode ter o nome $\frac{a}{b}$, onde a e b são números naturais e $b \neq 0$. (D'AUGUSTINE, 1984, p. 146)

Ainda para Fernandes (2008) temos dois lados a serem vistos, o primeiro, se refere a forma como a fração caiu em desuso e muitos alegam que é pelo fato da intervenção tecnológica em sala, como as calculadoras. Já, o outro ponto de vista, refere-se a importância da fração e de que os números racionais são a base para outras medidas e proporcionalidades que conseqüentemente levam a porcentagem e aos juros. Trazendo isso para a perspectiva de sala de aula, o papel do professor nesse caso seria unir essas duas ideias e trabalhar de forma equilibrada, já que esses conteúdos e conceitos são presentes no cotidiano do aluno.

A autora ainda traz o fato de os alunos possuírem o falso domínio da fração, ou seja, o aluno é capaz de utilizar termos, falar sobre e resolver alguns problemas matemáticos de forma correta, mas sem domínio completo do conteúdo, sendo perceptível quando observamos o baixo

desempenho dos alunos em situações envolvendo números racionais. Algumas dessas dificuldades são levantadas pela autora como no exemplo de perceber que $\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{2}$ porque contraria seus conceitos de números naturais no qual o 3 é maior que o 2.

É necessário que ao planejar suas aulas, o professor leve em conta os conhecimentos prévios que seus alunos já possuem e a partir de então desenvolver os conteúdos de acordo com as aprendizagens. Lorenzato (2008) afirma que com o objetivo de proporcionar um ensino que parta de onde o aluno se encontra, é preciso levar em consideração os pré-requisitos cognitivos matemáticos relacionados ao assunto que será passado para os alunos.

O trabalho com as frações é de suma importância, tanto quanto o processo de ensino aprendizagem de qualquer outro conteúdo relacionado a matemática. Dessa maneira, como eles se encontram interligados, eles precisam serem trabalhados igual aos outros conteúdos (FERNANDES, 2008, p. 5).

E por fim, após o domínio de mais uma etapa, os alunos então devem realizar as 4 operações dentro da fração continuando a mesma proposta de passo a passo e metodologias práticas para melhor domínio do aluno para com o conteúdo. Assim, diminuindo as chances de possíveis transtornos com relação as frações.

3. TEORIA DAS FRAÇÕES

Para iniciar o assunto sobre os significados, conceitos e termos das frações é válido trazer ideias de diferentes lugares como os ditos em dicionários, os trazidos pelos livros didáticos e o que os alunos compreendem e entendem por elas. Para o Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa (1967) o termo fração significa parte de um todo; número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais.

Barbosa e Freitas (2016) trazem outro significado sobre as frações que transmitem a ideia de quociente de uma divisão de um número inteiro por outro que não seja zero, ou seja, se há cinco barras de chocolate para que sejam divididas igualmente entre sete pessoas, a fração correta para representar essa divisão é $\frac{5}{7}$, que é o quociente que quantifica quanto cada um vai receber.

Já para D'Augustine (1984) o número fracionário se define como o quociente de dois números naturais, desde que o divisor seja diferente de zero, ou seja, qualquer número natural pode ser escrito de forma fracionária levando em conta que o denominador deve ser diferente de zero.

Os 2º ano do Ensino Médio compartilharam seus conhecimentos e conceitos compreendidos sobre frações:

Aluno A: “fração significa parte de alguma coisa sobre o total.”

Aluno B: “fração são números separados por um pauzinho.”

Aluno C: “fração é a parte de todo, e a parte que você deseja.”

A partir disso, entende-se que a aprendizagem das frações não vem sendo conceituada de forma clara para o aluno, onde eles acabam expressando somente o básico do que foi ensinado, não havendo aprofundamento e gerando uma falsa ideia de aprendizagem.

Baseando em conceitos trazidos pelos livros didáticos, principalmente em sua introdução é perceptível a falha que eles trazem em relação aos seus conceitos de forma concreta, e mesmo que a fala deles sejam expressas parcialmente de forma correta, sua ideia ainda é muito vaga, gerando dificuldades em sua compreensão e desenvolvimento e acarretando problemas de aprendizagem futuras.

De forma geral, o conceito de fração está ligado aos números racionais (não negativos) envolvendo os números inteiros, que são chamados de numerador, fazendo referência ao número de cima da fração e o denominador ao número de baixo, separados pela linha horizontal ou chamado *traço da fração*.

Sendo assim, o numerador está associado a quantas partes do inteiro ele está se referindo ou que foram tomadas, já o denominador está ligado a quantas partes se refere o total, sendo então necessariamente maior que 0.

3.1 Leitura das Frações

A leitura de fração é feita através de seu numerador sendo expresso pelos números cardinais, mas cada denominador define a leitura da fração; como nos casos a seguir com denominadores de 2 a 9.

Quadro 1 – Leitura das Frações Próprias

$\frac{1}{2}$	Um meio
$\frac{2}{3}$	Dois terços
$\frac{3}{4}$	Três quartos

$\frac{2}{5}$	Dois quintos
$\frac{4}{6}$	Quatro sextos
$\frac{3}{7}$	Três sétimos
$\frac{1}{8}$	Um oitavo
$\frac{7}{9}$	Sete nonos

Fonte: criado pela autora (2023)

Dos denominadores como 10, 100, 1000 possuem sua própria leitura, como nos exemplos a seguir:

Quadro 2 – Leitura da Fração com Múltiplos de 10

$\frac{12}{10}$	Doze décimos
$\frac{3}{100}$	Três centésimos
$\frac{2}{1000}$	Dois milésimos

Fonte: criado pela autora (2023)

Os denominadores restantes maiores que 10, se lê o numerador como já dito acima e o denominador é acrescentado o “avos”, como nos seguintes casos:

Quadro 3 – Leitura das Frações Maiores que 10

$\frac{8}{15}$	Oito quinze avos
$\frac{5}{20}$	Cinco vinte avos
$\frac{4}{87}$	Quatro oitenta e sete avos

Fonte: criado pela autora (2023)

Para frações inteiras tem-se:

Quadro 4 – Leitura das Frações Inteiras

$\frac{3}{3}$	Três inteiros
$\frac{5}{5}$	Cinco inteiros
$\frac{1}{1}$	Um inteiro

Fonte: criado pela autora (2023)

Há ainda nos casos em que o numerador é maior que o denominador, ou seja, ela representa uma parte maior que o inteiro, como nos seguintes exemplos:

Quadro 5 – Leitura das Frações Impróprias

$\frac{5}{3}$	Cinco terços
$\frac{9}{5}$	Nove quintos
$\frac{7}{4}$	Sete quartos

Fonte: criado pela autora (2023)

Contudo, também temos as frações mistas que compõem uma parte inteira e outra fracionária.

Quadro 6 – Leitura das Frações Mistas

$1\frac{4}{7}$	Um inteiro e quatro sétimos
$5\frac{3}{2}$	Cinco inteiros e três meio
$3\frac{5}{4}$	Três inteiros e cinco quartos

Fonte: criado pela autora (2023)

A figura a seguir representa uma imagem com suas formas fracionárias e a leitura de cada uma delas.

Figura 1 – Leitura e representação das frações



Fonte: Brunetto (2023)

Na próxima imagem é possível verificar como a fração e sua leitura se aplicam em nosso cotidiano:

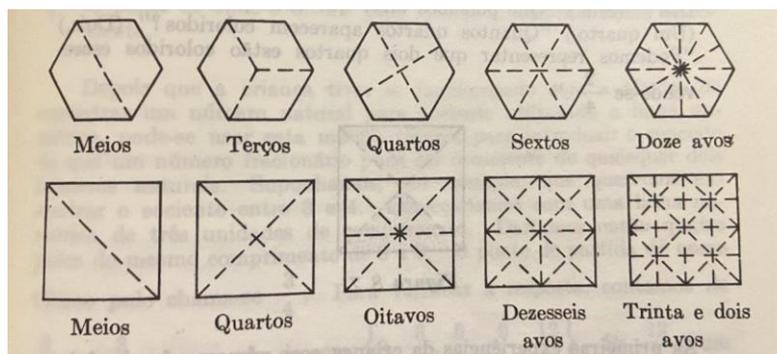
Figura 2 – Leitura e representação das frações no cotidiano

Figura	Fração	Leitura
	$\frac{3}{4}$	Três quartos
	$\frac{1}{6}$	Um sexto
	$\frac{7}{10}$	Sete décimos
	$\frac{11}{12}$	Onze doze avos
	$\frac{10}{100}$	Dez centésimos

Fonte: Apostila Sesi (2020)

A imagem a seguir também está associada à leitura de frações, porém essa representa de modo visual suas repartições para uma melhor leitura e compreensão do conteúdo para o estudante.

Figura 3– Leitura e representação das frações no cotidiano



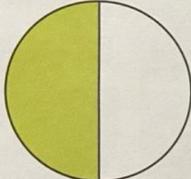
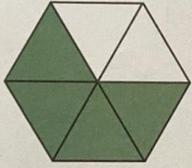
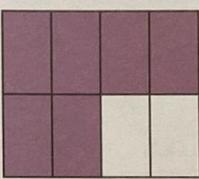
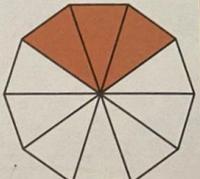
Fonte: D'Augustine (1984)

3.2 Tipos de Frações

Apesar das frações possuírem os mesmos modos de escrita, existem diferentes tipos dela, e para uma melhor compreensão de seu conceito será descrito um pouco sobre algumas delas ao longo desse tópico.

As Frações Próprias são frações em que o numerador é menor que o denominador, ou seja, a parte pelo todo é menor do que a parte do total como nos casos de $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{7}$. Como exemplo visual de frações próprias temos:

Figura 4– Leitura e representação das Frações Próprias

			
$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{10}$
O inteiro foi dividido em 2 partes iguais e 1 delas foi colorida.	O inteiro foi dividido em 6 partes iguais e 4 delas foram coloridas.	O inteiro foi dividido em 8 partes iguais e 6 delas foram coloridas.	O inteiro foi dividido em 10 partes iguais e 3 delas foram coloridas.

Fonte: Brunetto (2023)

Já as Frações Impróprias são o processo inverso das frações próprias, então neste caso o numerador será maior que o denominador como nos exemplos $\frac{3}{2}$ ou $\frac{9}{5}$. Uma das formas de representação das frações impróprias são as chamadas Frações Mistas. Dessa forma escreve-se a parte inteira do número na frente da fração como nos seguintes exemplos: $2\frac{1}{2}$ ou $1\frac{3}{2}$. Assim, para o exemplo trazido anteriormente de $1\frac{3}{2}$ a parte inteira está relacionada a quantidade total

da fração, ou seja, foram relacionadas a um total mais a fração representada, resultando em $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$, de maneira prática, para transformar um número misto em fração devemos multiplicar esse número pelo denominador e somar o resultado no numerador, ao passo a passo temos $1\frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 1 + 3}{2} = \frac{5}{2}$.

Para representar de forma visual a fração mista temos a imagem a seguir que mostra de forma visual uma parte inteira e outra fracionária.

Figura 5– Leitura e representação das Frações Mistas

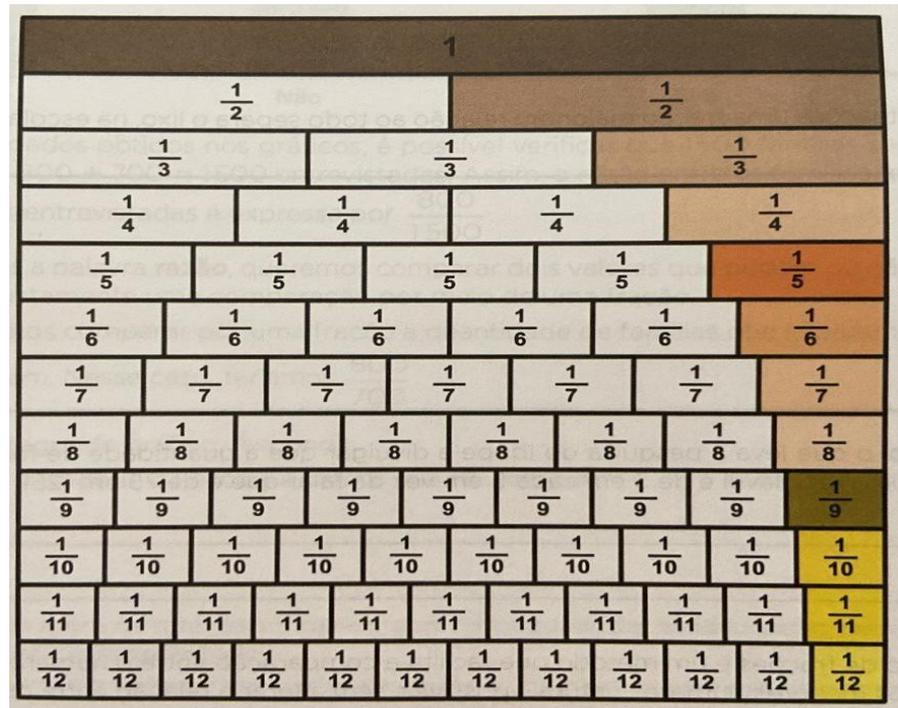


Fonte: Brunetto (2023)

Nas Frações Equivalentes, elas tendem a possuir equivalências quando representam a mesma parte de um todo, sendo perceptíveis quando multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número e sendo ele diferente de zero, e os resultados se tornando os mesmos desde que também sejam diferentes de zero, encontrando então a mesma fração em ambas as comparações.

Mas também dentro dessas frações existem as classes de equivalências que são consideradas como um conjunto de todas as frações equivalentes descritas anteriormente. Nos casos a seguir vemos as frações de equivalência e classe, por exemplo $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \dots$ e assim por diante. A seguir será apresentados alguns exemplos visuais sobre as equivalências de frações:

Figura 6– Leitura e representação das Equivalências de Frações



Fonte: Apostila Sesi (2020)

Figura 7– Outro exemplo de leitura e representação das Equivalências de Fração



Fonte: Brunetto (2023)

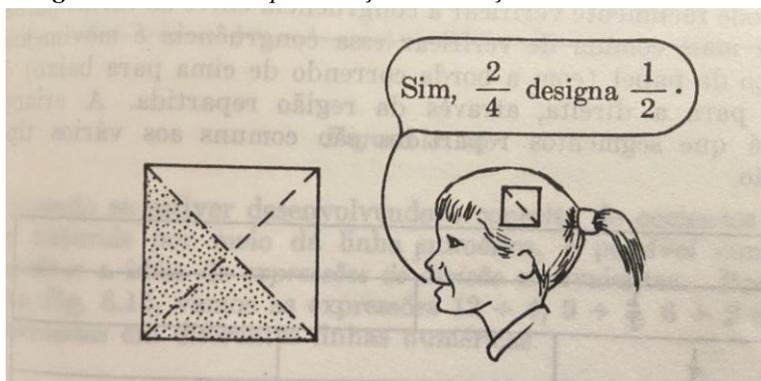
A fração pode ser representada de diferentes maneiras, porém quando está em sua forma irredutível, entende-se que há a existência de um número que divide simultaneamente tanto o numerador quanto o denominador, chamado de Simplificador e a ação é chamada de simplificação, resultando então a um nível que não há mais a possibilidade de serem divididos, sendo chamados assim de Fração Irredutível.

Por exemplo, na simplificação da fração $\frac{4}{8}$ é notório que os dois números são divisíveis por 2 por se tratar de números pares, mas nesse caso específico também, os dois são divisíveis

por 4, ou seja, dividindo o numerador e o denominador pelo número 4, resta o resultado $\frac{1}{2}$, tornando-se assim uma fração em sua forma irredutível, onde não é mais possível dividi-la por nenhum número diferente de 1 com resto 0

Também associada a equivalência de frações, na imagem a seguir a garota representada pensa e visualiza que a representação de $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são desenhadas da mesma forma, e a mesma realiza a simplificação da primeira fração, passando-a assim para sua forma irredutível.

Figura 8– Leitura e representação das Frações Irredutíveis



Fonte: D'Augustine (1984)

Por último, as Frações Aparentes que acontece quando o numerador é divisível pelo denominador passando então a ser um número inteiro como na fração $\frac{9}{3}$. Nota-se que o número 9 é divisível por 3, assim, resolvendo a divisão encontramos o resultado 3, que se torna um número inteiro, bem como também em frações inteiras na representação de $\frac{4}{4}$ resultando em 1, representado a seguir:

Figura 9– Leitura e representação das Frações Aparentes



Fonte: Apostila Sesi (2020)

3.3 Comparação de Frações

Como citada no t3pico anterior, as fra33es equivalentes tratam-se de uma igualdade entre si que podem ser representadas de formas diferentes, estando associadas a mesma parte de um inteiro. Retornando ao mesmo exemplo das classes de equival33ncias, tem-se $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, que dessa forma traz 33 tona a exist33ncia de uma igualdade entre as fra33es, ou seja, de $\frac{10}{10} = \frac{2}{2}$.

Podemos assim voltar a ideia de uma equival33ncia pelo exemplo da simplifica33o da primeira fra33o do numerador e denominador atrav33s do n33mero 5, assim resultando na fra33o $\frac{2}{2}$, ou tamb33m podemos ter a ideia de uma fra33o inteira e seus resultados serem iguais a 1. Ent33o quando se trata de fra33es equivalentes, geralmente s33o pedidos para fazer compara33es de fra33es usando o s33mbolo e sinal de igualdade. Para comparar se uma fra33o 33 maior ou menor do que a outra deve-se observar sua escrita.

Quando as fra33es possuem denominadores iguais significa que elas t33m o mesmo total, ent33o, comparando apenas os numeradores dessas fra33es que 33 a parte pelo todo, ou seja, a fra33o com maior numerador ser33 a maior fra33o entre elas, como o exemplo $\frac{7}{3} > \frac{1}{3}$ ou $\frac{8}{12} < \frac{11}{12}$.

J33 quando os numeradores das fra33es s33o iguais, ou seja, a parte do todo, a maior fra33o 33 a que tem o menor denominador, pois, nesse caso o total ser33 dividido em menor quantidade, tem-se ent33o que a parte desejada ser33 maior, porque foi repartida menos vezes do que a outra que foi dividida em mais partes iguais como o seguinte exemplo: $\frac{1}{7} > \frac{1}{9}$ ou $\frac{1}{12} < \frac{1}{3}$.

Por33m, quando os denominadores das fra33es s33o diferentes, deve-se fazer as classes de equival33ncia em cada uma delas para encontrar denominadores de mesmo valor e assim identificar qual das fra33es representadas 33 a maior entre elas, como no caso a seguir: $\frac{3}{7}$ e $\frac{2}{3}$.

Fazendo as classes de equival33ncias tem-se:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{12}{28} = \dots$$
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21} = \dots$$

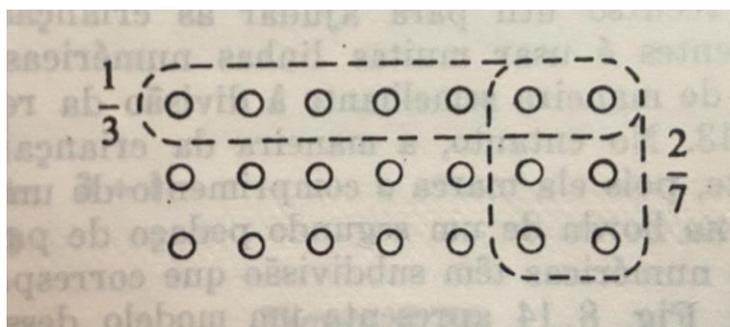
Em outras situa33es pode-se realizar a multiplica33o do denominador de uma fra33o com o numerador e denominador da outra. Realizando o mesmo processo com o outro denominador tem-se o seguinte acontecimento, no qual o n33mero 3 se refere ao denominador da segunda fra33o sendo multiplicado pelo numerador e denominador da primeira, j33 o n33mero 7 33 o denominador da primeira sendo multiplicado pelo numerador e denominador da segunda fra33o sendo representado assim:

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{3} = \frac{9}{21} \text{ e } \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{7} = \frac{14}{21}$$

Ou ainda pode-se determinar o denominador em comum através do MMC, pensando no mesmo exemplo, e desenvolvendo o processo do MMC entre os números 7 e 3 encontramos o resultado 21. Em seguida escrevemos as frações anteriores com o denominador 21 e multiplicamos o resultado pelo numerador, dessa forma: $\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 3}{21} = \frac{9}{21}$. Já para a segunda fração temos $\frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 2}{21} = \frac{14}{21}$.

Nota-se que as frações destacadas possuem os mesmos denominadores, fazendo ligação com a explicação já dita acima. Referente aos denominadores iguais então temos que $\frac{9}{21} < \frac{14}{21}$, ou seja, $\frac{3}{7} < \frac{2}{3}$. Representando a comparação de frações de forma visual para o aluno temos o exemplo a seguir.

Figura 10– Leitura e representação para comparação das frações.



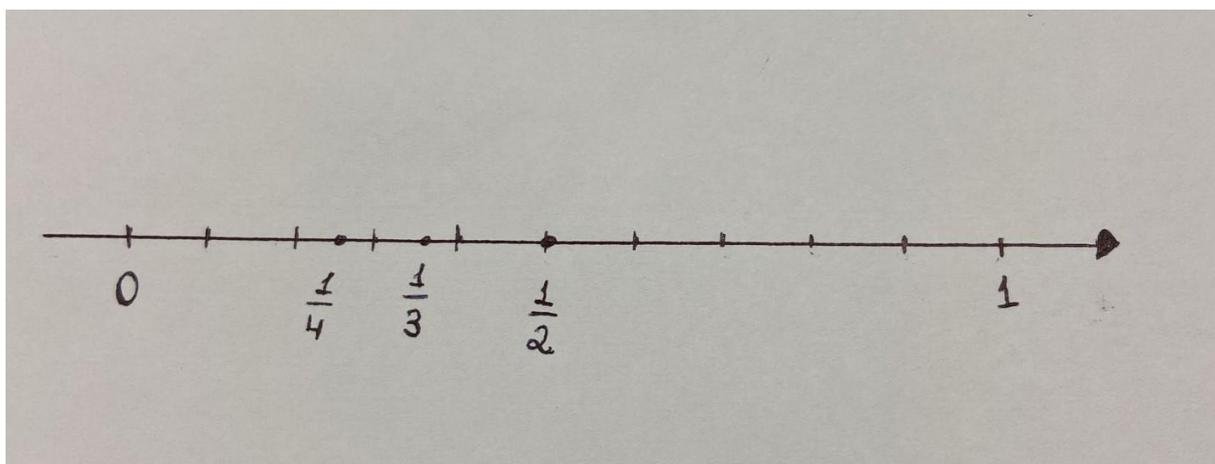
Fonte: D'Augustine (1984)

Neste caso a imagem está representando a fração $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{7}$. Nota-se que de forma visual para comparar qual entre elas é a maior, basta apenas contar as bolinhas presentes dentro do espaço determinado, que em tal situação se trata da fração $\frac{1}{3}$, pois nela há uma bolinha a mais do que na outra. Dessa forma, o aluno é capaz de perceber e associar como deve ser tratada uma comparação de frações, já que em sua maioria seriam capazes de determinar $\frac{2}{7}$ como maior, por possuir números com maiores pesos.

Outra maneira bem eficaz na hora de exercer a comparação de frações seria pela reta numérica, onde por meio dela podemos determinar entre quais números inteiros está a fração, ou ainda, fazer a introdução do conceito referente a ideia de que um número fracionário pode ser o cociente de quaisquer dois números naturais. Porém, após posicionada cada fração em seu devido lugar é possível identificar visualmente a comparação entre elas e compreendendo as partes em que a fração está sendo associada.

Seguindo a mesma estratégia de comparação sobre as frações já citadas acima temos a organização das seguintes frações $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ na reta numérica, com a resolução do MMC temos $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ e $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$, sendo assim, expressado na reta numérica temos:

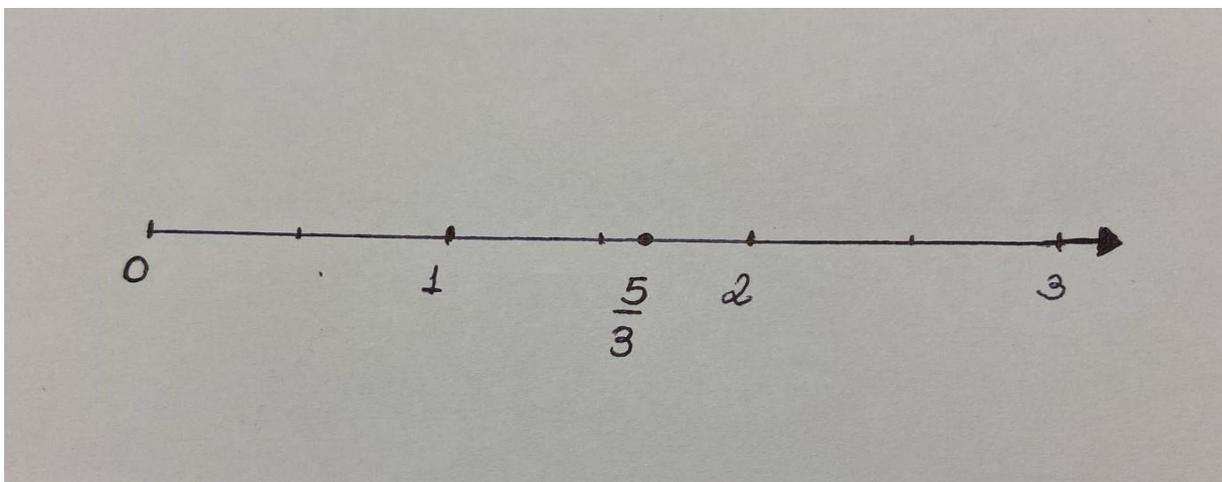
Figura 11– Ordem crescente pela reta numérica



Fonte: criado pela autora (2023)

Para o caso das frações mistas visualizamos as partes inteiras delas para serem expressas na reta numérica. No caso das frações impróprias, deve-se também analisar a parte inteira dela, e para isso temos a seguinte fração $\frac{5}{3}$, associando a parte inteira tem-se que $\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$, então vemos que a parte inteira de $\frac{3}{3}$ resulta em 1, ou seja, chegou-se a conclusão de que a fração usada representa $1\frac{2}{3}$. Nesse caso a reta numérica deve ser enumerada do 1 em diante.

Figura 12– Transformando Fração Mista em Imprópria na Reta Numérica



Fonte: criado pela autora (2023)

É por meio de uma reta numérica que conseguimos trazer de forma visual uma comparação mais clara, sendo possível identificar quais frações são maiores que outras.

3.4 As 4 Operações Matemáticas nas Frações com Números Naturais

Para calcularmos cada operação matemática na fração existe um método a ser seguido, sendo eles apresentados adiante seguindo cada etapa, visando o melhor esclarecimento para o aluno.

Iniciando a parte de adição trazendo a ideia de juntar os dados desejados e subtração partindo da ideia contrária da adição, podendo tirar ou diminuir uma quantidade desejada por outra. Esses conceitos envolvendo as frações com números naturais temos duas possibilidades, sendo elas com denominadores iguais e diferentes. Quando tratadas com denominadores iguais basta somar seus numeradores e repetir seus denominadores, pois estamos realizando a soma ou a subtração do mesmo total em ambas as frações.

Por exemplo, na soma teremos $\frac{7}{4} + \frac{6}{4} = \frac{13}{4}$, já na subtração ficará assim $\frac{7}{4} - \frac{6}{4} = \frac{1}{4}$. Nota-se que basta somar ou subtrair os numeradores e repetir seus denominadores. Nos casos em que os denominadores são diferentes podemos fazer uma equivalência de frações até encontrar os denominadores iguais nas duas frações como o exemplo: $\frac{9}{6} + \frac{5}{8}$.

Fazendo a equivalência de cada uma temos:

$$\frac{9}{6} = \frac{18}{12} = \frac{27}{18} = \frac{36}{24} = \frac{45}{30} = \dots$$
$$\frac{5}{8} = \frac{10}{16} = \frac{15}{24} = \frac{20}{32} = \dots$$

Observa-se que as frações destacadas possuem os mesmos denominadores, ou seja, se realizamos a soma com os denominadores iguais como já dito anteriormente teremos $\frac{36}{24} + \frac{15}{24} = \frac{36+15}{24} = \frac{51}{24}$.

Para o mesmo exemplo acima, sendo utilizado em formato de subtração temos $\frac{9}{6} - \frac{5}{8}$, também podendo utilizar a equivalência acima encontramos as equivalências $\frac{36-15}{24} = \frac{21}{24}$. Ou ainda podendo realizar o MMC entre os denominadores, ou seja, entre 6 e 8, que é 24, chegando então ao seguinte resultado $\frac{9}{6} + \frac{5}{8} = \frac{36+15}{24} = \frac{51}{24}$ e para a subtração tem-se $\frac{9}{6} - \frac{5}{8} = \frac{36-15}{24} = \frac{21}{24}$.

Para casos em que somamos uma fração a um número inteiro devemos nos lembrar que esse número inteiro pode ser escrito com denominador 1, em seguida fazendo o MMC entre os denominadores, assim teremos:

$$5 + \frac{3}{4} = \frac{5}{1} + \frac{3}{4} = \frac{20+3}{4} = \frac{23}{4}.$$

Na subtração tem-se

$$5 - \frac{3}{4} = \frac{5}{1} - \frac{3}{4} = \frac{20-3}{4} = \frac{17}{4}.$$

Em situações de uma soma ou subtração de três ou mais frações basta realizar o MMC entre todos os denominadores ou realizar de duas em duas.

Na multiplicação que em o conceito resumido temos a ideia de reduzir uma soma, já no quesito multiplicação de frações basta multiplicar os numeradores entre si e também os denominadores. Ou seja, o número de cima com o de cima e o de baixo com o de baixo, como a seguir $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 3} = \frac{10}{21}$.

Caso algum dos números sejam inteiros deve ser seguido o mesmo processo: $\frac{4}{7} \cdot 8 = \frac{4 \cdot 8}{7} = \frac{32}{7}$. Ou adicionar o denominador 1 no número inteiro, assim teremos: $\frac{4}{7} \cdot 8 = \frac{4}{7} \cdot \frac{8}{1} = \frac{32}{7}$.

A divisão é associada como a operação inversa da multiplicação. É ensinada da seguinte forma “na divisão de frações devemos conservar a primeira fração, inverter a segunda e realizar a multiplicação”.

Mas por que deve ser dessa maneira? De acordo com D’ Augustine (1984) p. 201, para realizar uma divisão de frações devemos pensar em uma multiplicação de frações que resulta em 1, como no seguinte exemplo $\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{15}{15} = 1$. Verificamos que para uma multiplicação de frações resultar em 1 necessitamos multiplicar a fração pela sua inversa.

Para compreendermos como ocorre na prática teremos o exemplo da divisão das frações $\frac{9}{2} \div \frac{5}{3}$ sendo reescrita de outra maneira temos $\frac{9}{2} \div \frac{5}{3}$.

Agora tendo em mente a segunda fração devemos pensar em uma mesma que multiplicada resulta no número 1, no caso o oposto da fração, como exibida a seguir $\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{15}{15} = 1$. A fração que se tornará a “inversa” deverá ser multiplicada nas outras frações correspondentes, vejamos adiante com o mesmo exemplo

$$\begin{aligned} \frac{9}{2} \div \frac{5}{3} &= \\ \left(\frac{9}{2} \cdot \frac{3}{5} \right) \div \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} \right) &= \\ \frac{27}{10} \div 1 &= \frac{27}{10} \end{aligned}$$

Pois todo número dividido por 1 resulta nele mesmo.

Em caso de alguma delas serem de números inteiros, pode ser acrescentado o número 1, dessa maneira

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{8}{1}} = \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8} \right) \div \left(\frac{8}{1} \cdot \frac{1}{8} \right) = \frac{4}{40}$$

4. ATIVIDADES REALIZADAS

Durante o desenvolvimento desse projeto, foram ministradas aulas de reforço para os alunos do 2º ano do Ensino Médio, que possuem dificuldades na aprendizagem e notas abaixo da média, sendo qualificados assim como desinteressados e pouco participativos durante as aulas. E por isso acabam realizando as atividades com pouco empenho. Os alunos escolhidos para formar a turma de reforço foram convocados pela coordenação da escola devido aos déficits e os atrasos apresentados em sala de aula.

A proposta desenvolvida em sala teve como objetivo sanar suas dificuldades sobre as frações. Antes de trabalhar esse tema, foi feito com eles uma atividade diagnóstica a fim de verificar o nível de aprendizagem em que eles se encontram e grande parte dos alunos demonstraram grande dificuldade em frações como nos quesitos mais usuais das 4 operações matemáticas com números naturais, consciências sobre frações e representações delas, conhecimento somente as frações monótono papel e caneta.

Para uma boa fixação e compreensão visual das frações, contou-se com desenhos e representações delas trazendo as ideias de Scolaro (2008) a respeito do uso dos objetos manipuláveis ou materiais didáticos. Que é uma parte relevante e importante para a aprendizagem completa do aluno, fugindo dos conceitos básicos no qual a fração é vista por eles, onde são utilizados apenas imagens de bolos, chocolates e pizzas. Sendo assim, é necessário trazer uma base mais visual das frações em outros pontos, abrangendo conhecimentos diários dos alunos, deixando também que eles sejam capazes de colocar em prática como os dados apresentados adiante.

Inicialmente, para essa atividade foi pedido que os alunos se dividissem em duplas e lhes foram entregues folhas, contendo questões com as frações já determinadas para que apenas representassem com as massinhas, em seguida, a questão pedia para que desenhassem no número da questão a representação da fração desejada, com o intuito de tirarem as frações do papel e conseguirem visualizá-las tornando-a mais significativa. Com o desenvolver da atividade, os alunos conseguiram visualizar as representações de forma mais dinâmica e manual, se interessando em apalpa-las fugindo do clássico.

Porém, a grande maioria apresentou dificuldades em compreender a instrução de como a atividade deveria ser realizada, fazendo perguntas como: “Mas como vou fazer isso, professora?” e “Eu sei desenhar, mas não sei fazer isso com massinha.”. Então foi explicado novamente a proposta da atividade e foi dado como exemplo uma representação do que deveria ser feito, e assim ela foi realizada em dupla, permitindo que eles pensassem juntos como fariam.

Figura 13– Alunos realizando a proposta de atividade



Fonte: criado pela autora (2023)

Na figura acima, mostra que com o auxílio das massinhas nas cores branco, azul e amarelo, eles representaram a fração $\frac{1}{4}$, na qual a parte em amarelo representa 1 sobre o total de 4. Ao fundo foi representado a fração $\frac{7}{4}$, onde os buraquinhos feito na massinha são 7, representando o numerador da fração, repartidos em 4 partes associando ao denominador de uma fração imprópria.

Para representar as frações próprias, eles apresentaram dúvidas, pois apenas associavam a instrução “Desenhe a quantidade pedida embaixo (denominador) e pinte a quantidade de cima (numerador)”, mas quando chegaram nas frações impróprias nenhum deles conseguiu representar o que era pedido, e ficaram esperando auxílio novamente para tentarem realizar a atividade.

Assim, comprovando a ideia de Fernandes (2008) de que os alunos possuem o falso domínio da fração, sendo capaz de realizar apenas tópicos, sem o domínio completo do assunto.

A figura a seguir mostra representação da fração $\frac{3}{4}$ que foi pedida no exercício, sendo executada no desenho da folha e em forma de massinha sem apresentar grandes dificuldades.

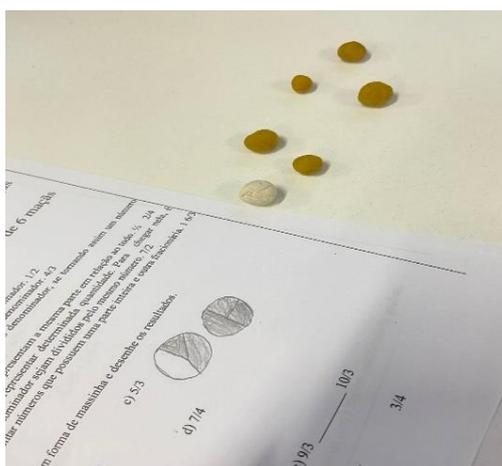
Figura 14– Alunos realizando a proposta de atividade em folha impressa



Fonte: criado pela autora (2023)

Conforme a outra alternativa da questão temos a representação em forma de massinha e o desenho da fração $\frac{5}{3}$ demonstrada na atividade. Nessa etapa os alunos demonstraram bastante dificuldades durante a execução, só conseguindo realizá-la a partir de uma nova explicação, e a necessidade de auxílio.

Figura 15– Representação da atividade proposta



Fonte: criado pela autora (2023)

Continuando as atividades seguintes, foi proposta uma atividade de comparação de frações conforme apresentada na figura 17, para que os alunos olhassem e conseguissem verificar, além de associar quando uma fração era maior, menor ou igual a outra.

Houve previamente uma explicação no quadro para que os alunos conseguissem fazer a comparação com denominadores iguais e diferentes, com numeradores iguais e o uso de MMC para comparação ou a classe de equivalência.

Foi permitido que o aluno utilizasse o método que o deixasse mais confortável para a realização da mesma, porém, o uso de calculadoras e tecnologias não era permitido e quando necessário poderiam consultar o livro didático do 5º ano Ensino Fundamental levado para servir de embasamento durante a realização das atividades, por conter uma linguagem mais simples e de fácil entendimento, como mostra a figura abaixo.

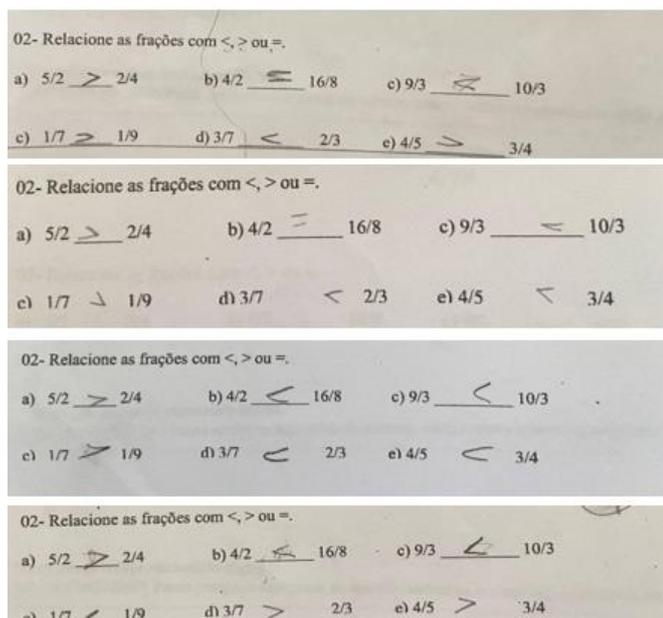
Figura 16– Alunos realizando a atividade com auxílio do livro didático



Fonte: criado pela autora (2023)

A atividade de comparação propostas foi feita na folha como mostra os exercícios abaixo, além de comparação em cartas que continham frações e os sinais necessários, deixando assim a atividade mais interativa. A seguir será demonstrada algumas das respostas dadas pelos alunos, onde cada um utilizou um raciocínio diferente na hora de resolver a proposta.

Figura 17– Raciocínio das duplas para a realização da atividade proposta



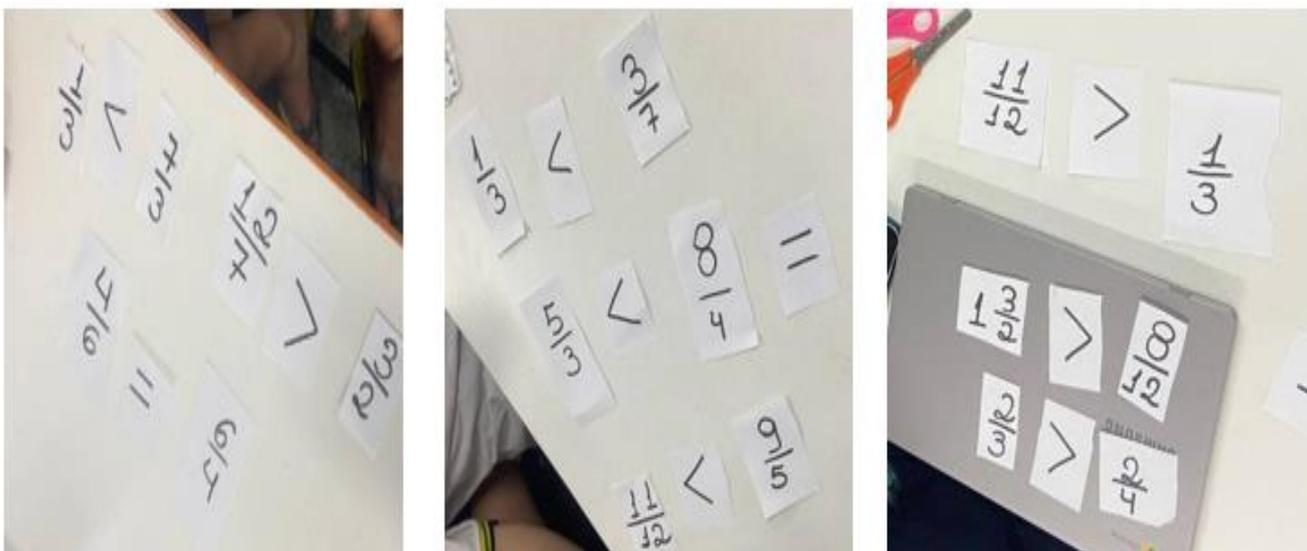
Fonte: criado pela autora (2023)

Nota-se que nas atividades de comparação, apenas a primeira dupla conseguiu realizar todas as alternativas de forma correta, já a segunda dupla errou apenas uma, a terceira dupla errou somente duas e por último a quarta dupla somente três, sendo relevante ao nível de dificuldades e aprendizagens que a turma se encontrava.

Ainda trabalhando a comparação de frações com os sinais de maior, menor ou igual, foi pedido para que a turma trocasse de dupla e realizassem a atividade proposta com as cartas elaboradas para a realização dela.

Cada dupla recebeu seis frações aleatórias, três com sinais de maior ou menor e um sinal de igual, podendo assim organizar na maneira que achar mais eficaz para a comparação, evitando erros e trazendo maior confiança no momento execução, já que eram eles quem escolhiam as frações para comparar. Como resultado, temos as imagens a seguir

Figura 18– Raciocínio das duplas com as cartas distribuídas de modo aleatório



Fonte: criado pela autora (2023)

Analisando as atividades acima, podemos notar que a primeira dupla errou duas das comparações sendo elas $\frac{12}{7} > \frac{3}{2}$ e $\frac{4}{6}$, quanto a dupla do meio acertou todas comparações e a última dupla errando somente a $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$. Desse modo, percebemos que o método de comparação por frações escolhidas por eles no momento da atividade, deixando-os livre para escolher remete a melhores resultados.

A segunda questão da atividade apresentada na figura 20 estava associada aos tipos de frações, então foi realizada uma breve revisão sobre o assunto, expondo os vários tipos de frações, bem como alguns exemplos, que estavam representados na primeira folha da atividade.

Figura 19– Exemplos sobre os tipos de fração

Tipos de fração.

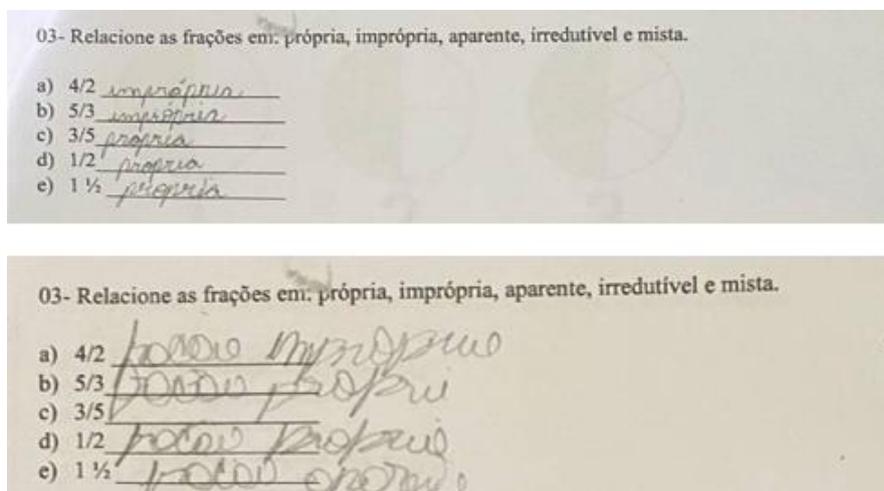
- Fração própria: são frações em que o numerador é menor que o denominador. $\frac{1}{2}$
- Fração imprópria: são frações em que o numerador é maior que o denominador. $\frac{4}{3}$
- Fração aparente: ocorre quando o numerador é divisível pelo denominador, se tornando assim um número inteiro. $\frac{9}{3}$
- Fração equivalente: são frações equivalente quando representam a mesma parte em relação ao todo. $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$
- Fração irredutível: é a forma mais simples de representar determinada quantidade. Para chegar nela, é necessário que tanto o numerador quanto o denominador sejam divididos pelo mesmo número. $\frac{7}{2}$
- Fração mista: com ela, é possível representar números que possuem uma parte inteira e outra fracionária. $1 \frac{6}{3}$

Fonte: criado pela autora (2023)

Quando analisadas as atividades sobre os tipos de frações, notou-se uma contração em sua realização, pois algumas duplas não realizaram a mesma devido ao desinteresse da turma. Somente duas delas conseguiram realizar a atividade, e de certa forma uma das duas duplas a

realizou com pouco empenho e com falta de capricho, já que a letra apresentada foge do padrão esperado para alunos do 2º ano do Ensino Médio, sendo ilegível e fora da linha.

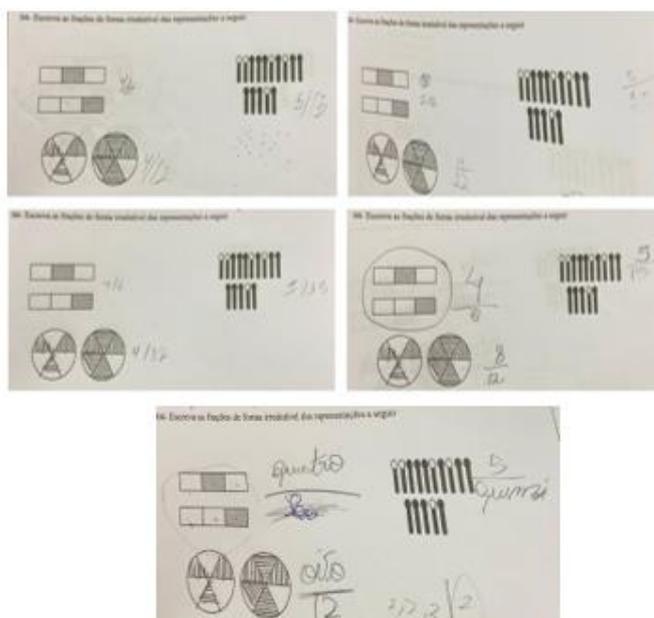
Figura 20– Atividades realizadas pelos alunos com pouco empenho



Fonte: criado pela autora (2023)

As atividades acima contêm vários erros de escrita e de associação, não relacionando corretamente cada fração mesmo que essas já haviam sido explicadas e colocadas na introdução da tarefa. A próxima questão apresentada na figura 21, tratada sobre o desenho abaixo foi pedido para que eles que os transformassem em frações.

Figura 21– Atividade para transformar desenhos em fração



Fonte: criado pela autora (2023)

Nota-se que na questão está sendo pedido “Escreva as frações de forma irredutível”, mas das frações escritas pelas duplas acima todas dariam para ser simplificadas, chegando a uma fração irredutível. Acredita-se que houve uma falta de atenção na hora da leitura para a execução da atividade, além de algumas divergências.

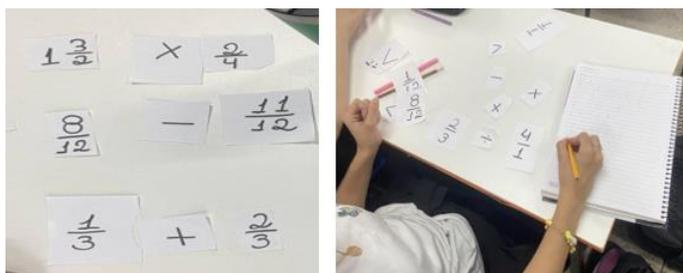
Alguns alunos associaram a parte do numerador como sendo a branca e outros a parte pintada (escura) para a representação da fração. Já no gabarito da questão todas resultaram em $\frac{2}{3}$ na sua forma irredutível. Outro ponto a ser levantado seria a forma com que a última dupla representou a fração, representando parte escrita e parte em números como no caso da última dupla com representação sendo $\frac{\text{oito}}{12}$, dessa forma completamente equivocada.

A próxima questão envolve as quatro operações matemáticas, onde foi explicado e lembrado no quadro como eram feitas as operações da adição e da subtração com frações de denominadores iguais e diferentes, além da multiplicação e divisão entre eles. Para não haver dúvidas foi deixado no quadro um exemplo de cada uma das operações com diferentes formas de resolver.

Como eles já estava com as cartas das frações em mãos por conta da atividade anterior que era sobre comparação de frações, essa proposta foi complementada apenas com os sinais das operações matemáticas sendo eles de adição, subtração, multiplicação e divisão. Como na questão da comparação os alunos puderam escolher de que modo queria realizar as operações e qual operação gostaria de realizar no momento.

Para prosseguir com a operação e as frações escolhidas os alunos deveriam realizar os cálculos em seus cadernos, porém, durante os cálculos foi notória a dificuldade apresentada por eles no momento de realizar as operações matemáticas, principalmente em soma e subtração com denominadores diferentes onde era necessário desenvolver o MMC, muitos não sabiam do que se tratava o MMC.

Figura 22– Atividade de Frações com as operações básicas



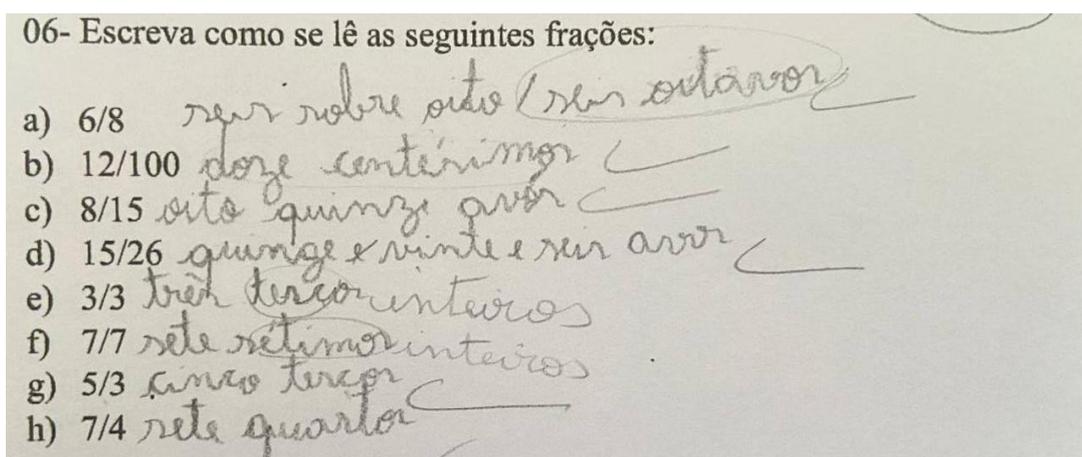
Fonte: criado pela autora (2023)

Por conta dessa dificuldade foi feita mais uma intervenção e explicação no quadro para sanar as dúvidas sobre o conteúdo. Uma das alunas disse que não sabia fazer o cálculo do MMC, mas que aprendeu a olhar na tabuada e associar qual primeiro número em comum que aparecia entre eles, mas foi dito a ela que dessa forma também era correto, porém foi reforçado a ela o fato de que com números grandes não seria possível associá-los na tabuada.

Para outros com mais dificuldades, foi transmitido a eles o conceito de multiplicar os denominadores quando não souberem fazer as contas, assim em alguns casos encontrarão o MMC, já em casos que a conta fica muito grande deveriam realizar a simplificação.

O desinteresse demonstrado por eles em algumas etapas da atividade se repetiu na questão associada a leitura das frações, onde somente uma das duplas a realizou e com muito erros na forma escrita da fração.

Figura 23– Atividade realizada com dificuldade por apenas uma dupla



Fonte: criado pela autora (2023)

Os sinais corretos expressos na atividade acima foram feitos pela própria dupla que após a execução, fizeram a correção de suas escritas e em seguida pediram a correção da atividade, onde houve algumas intervenções, como a feita alternativa A.

Foi feita a explicação dizendo que não deveria ser escrito a palavra “sobre” ao se referir ao denominador, e então eles escreveram de modo correto a fração “seis oitavos”. Essa intervenção foi realizada também nas alternativas “e” e “f”, faltando apenas a palavra “inteiros” referente a fração. Nota-se também que essas alternativas não estão com o “certinho” pois durante a escrita a dupla ficou com dúvida e com receio de que estivesse errada.

Mesmo com a metodologia utilizada nas atividades foi necessário a realização de pequenas intervenções que fugiu do tradicional papel e lápis, além do exemplo do bolo, da pizza e do chocolate.

Por conta dessas intervenções notou-se um interesse maior por parte dos alunos em relação as cartas de frações, bem como também uma maior confiança na realização das contas quando eles mesmos escolhiam quais gostariam de resolver no momento. Outro ponto a ser levantado foi a grande dificuldade que tiveram em tirar a fração do papel e fazê-la em forma de massinha, dando a entender que não compreendem de fato o conceito e a ideia de fração, tendo apenas uma falsa aprendizagem sobre elas, conseguindo desenvolver apenas pequenos pontos sobre elas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho visou entender as dificuldades apresentadas pelos alunos quando se trata do conteúdo das frações, tratando o problema inicial como introduzir e intervir para auxiliar os alunos em suas dificuldades e seus domínios. Como conclusão para essa problemática é notório que toda a dificuldade expressa por eles ao longo desse projeto, mostra que essa é resultado de anos, e além da confirmação de alguns autores trabalhando com as ideias de que essas dificuldades não partem somente dos estudantes mas também dos profissionais que as transmitem, além dos poucos conceitos trazidos nos livros didáticos para os desenvolvimentos em sala de aula e o clássico bolo, chocolate e pizza.

Constatou-se também que para um melhor domínio da fração é necessário trazer para os alunos um melhor conceito e uma visualização clara das frações, saindo do papel, deixando que eles pensem e criem suas próprias compreensões e modo de resolução, oportunizando a eles uma visão nova a respeito das frações, tornando-as palpáveis, com atividades mais dinâmicas para construírem visualmente essas aprendizagens.

Uma das alunas participantes das aulas de reforço, possuía uma grande dificuldade nos quesitos de representações das frações com desenhos em folha, comparação e as quatro operações matemáticas com os números naturais, com o decorrer do estudo e das aulas a aluna começou a demonstrar um melhor conhecimento e domínio sobre as frações. Ao fim da etapa de atividades, foi proposto uma avaliação externa para a turma, no qual essa aluna em específico demonstrou confiança nos cálculos das frações, comparação e em suas representações, sendo capaz de responder toda as questões de forma correta.

Assim, o objetivo geral desse trabalho em sanar os déficits dos estudantes foi concluído com êxito, confirmando que através de uma metodologia mais ativa e com o reforço dos conceitos de definição das frações os alunos são capazes de avançar e melhorar sua aprendizagem em vários aspectos. Sempre se atentando ao fato de que em sala de aula alguns alunos se sintam indispostos a realizar as atividades ou o desinteresse em desenvolvê-las.

Por meio da atividade de reforço proposta aos alunos houve um excelente resultado qualitativo nos quesitos de comparação e representação das frações fora do papel. Porém ainda é necessário reforçar as quatro operações básicas matemáticas envolvendo a fração. Mesmo os alunos mostrando resultados melhores do que o esperado por conta de suas dificuldades, a continuidade dessa proposta pode auxiliá-los a ter um melhor domínio sobre a temática das frações, cessando os erros e déficits quase que de forma geral.

Por fim, através dessa pesquisa concluiu-se que é necessário que haja intervenção dos profissionais da área de matemática para possam dominar o conteúdo antes de transmiti-lo, desenvolvendo sempre metodologias mais ativas, fugindo do monótono e tradicional, chamando a atenção dos alunos, levando assim um melhor conteúdo para sala de aula. Além de permitir que criem seus próprios aprendizados através das ideias expostas e não deixando que eles tenham a sensação do falso domínio das frações.

Trabalhando de forma didática e divertida o aluno passa a ver a fração como um conteúdo importante e necessário, e não como “um bicho de sete cabeças”, trazendo para a sala de aula uma participação mais ativa, utilizando-se de conceitos visuais e cotidianos, fazendo-os participar das atividades com as tão temidas e aterrorizantes frações.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, G. dos S.; FREITAS, A. H. F. **Diferentes significados da fração: um estudo diagnóstico com estudantes do curso de Pedagogia a distância.** Universidade do Estado do Rio de Janeiro. 2016.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática.** Brasília: MEC/SEF. 1997.
- BRUNETTO, G. **Conquista:** Solução Educacional- Ensino Fundamental. 5º ano: livro didático. 2ª ed. Curitiba. Cia Brasileira de Educação e Sistema de Ensino. 2023.
- D'AUGUSTINE, C.H. **Métodos Modernos para o Ensino da Matemática.** Ao livro técnico. S/A. Indústria e Comércio. Rio de Janeiro. 1984.

- FERNANDES, S.F.H. **As Frações Do Dia-A-Dia – Operações**. Universidade Estadual De Ponta Grossa – UEPG. Programa De Desenvolvimento Educacional – PDE. Ponta Grossa – PR, 2008.
- CAVALIERI, L. **O Ensino das Frações**. Universidade Paranaense – UNIPAR. Umuarama-PR. 2005.
- CAVALCANTI, M., GUIMARÃES, G. **Conhecimento matemático para o ensino de escala apresentada em gráficos nos anos iniciais do ensino fundamental**. Universidade Federal de Pernambuco. 2019.
- DRUCK, I.de F. **Frações: Uma Análise de Dificuldades Conceituais**. Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Nov. 2005.
- LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 2ª Ed. Campinas (SP): Autores Associados, 2008.
- MAGINA, S., BEZERRA, B.F., SPINILLO, A. **Como descrever a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino**, Brasília, v.90, n°225, p.411-432 2009.
- SANTOS E FONSECA, R dos; **Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Aprender Fração**. Revista Insignare Scientia. Vol. 2, n. 1. Jan./Abr. 2019.
- SANTOS, M.J.B de S. **O Ensino e aprendizagem das frações utilizando materiais concretos**. Universidade Estadual da Paraíba. Capina Grande. 2014.
- SCOLARO, M.A. **O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recursos pedagógicos nas aulas de matemática**. FACINTER- PR, Paraná, 2008.
- SESI, S. S. I, **Apostila Ensino Fundamental- Anos Finais**. Caderno 1: 7º ano. Departamento Nacional. Brasília. SOMOS- Sistemas de Ensino, 2020
- SOUZA JÚNIOR, M.L. e BARBOZA, P.L. **Percursos na prática pedagógica de matemática**. REVEMAT. eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 199-215, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p199>.
- VIANNA, C. A. **A Hora da Fração: a sociologia dos vampiros na Educação Matemática**. Bolema, Rio Claro- SP, 2008.