

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS

ESCOLA POLITÉCNICA E DE ARTES

GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



**PUNÇÃO EM LAJE LISA – TEORIA E CÁLCULO DE ARMADURA:  
MATERIAL DIDÁTICO PARA AUTOAPRENDIZADO**

LUCAS CASTELO BRANCO DE SOUZA

GOIÂNIA

2023

LUCAS CASTELO BRANCO DE SOUZA

**PUNÇÃO EM LAJE LISA – TEORIA E CÁLCULO DE ARMADURA:  
MATERIAL DIDÁTICO PARA AUTOAPRENDIZADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Escola Politécnica e de Artes, da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador:

Prof. Me. Alberto Vilela Chaer

Banca examinadora:

Prof. Dr. Elias Calixto Carrijo

Prof. Dr. Manoel da Silva Alvares

GOIÂNIA

2023

LUCAS CASTELO BRANCO DE SOUZA

**PUNÇÃO EM LAJE LISA – TEORIA E CÁLCULO DE ARMADURA:  
MATERIAL DIDÁTICO PARA AUTOAPRENDIZADO**

Trabalho de Conclusão de Curso aprovado em sua forma final pela Escola Politécnica e de Artes, da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, em 16/12/2023.

---

Orientador: Prof. Me. Alberto Vilela Chaer

---

Prof. Dr. Elias Calixto Carrijo

---

Prof. Dr. Manoel da Silva Alvares

GOIÂNIA

2023

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus pela minha vida e por me permitir superar todas as dificuldades encontradas ao longo da realização deste trabalho.

À minha esposa, que sempre me apoiou, me deu forças e todo o suporte para transpor todos os obstáculos e desafios no decorrer do desenvolvimento desde trabalho.

A meus familiares e amigos, que também me incentivaram nos momentos difíceis e compreenderam a minha ausência enquanto eu me dedicava à realização deste trabalho.

À PUC Goiás que proporcionou as ferramentas necessárias para que eu pudesse chegar ao final desse ciclo.

Aos professores, pelas experiências e ensinamentos transmitidos que me permitiram apresentar um melhor desempenho no meu processo de formação profissional ao longo do curso.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

## RESUMO

O cálculo e dimensionamento estrutural é passível de uma grande gama de soluções. Uma das soluções comumente adotadas é a opção da utilização da laje lisa maciça sem a presença de vigas, com a presença de armadura específica combatendo os esforços de punção que surgem para esse tipo de laje. O efeito de punção na laje pode ser entendido como o esforço cortante concentrado ao redor do pilar devido à ausência das vigas, promovendo a distribuição da carga das lajes nos pilares. Neste efeito, o pilar tende a “furar” a laje, sendo necessário a armadura de punção para combater esses esforços, que podem levar qualquer edificação sob esse efeito à ruína. Este trabalho dá ênfase à essas estruturas, utilizando-se das recomendações da norma ABNT NBR6118:2023 para dimensionar lajes à punção por meio de rotinas de cálculo desenvolvidas para facilitar o uso e entendimento do assunto. Os produtos do presente trabalho, que são a monografia em si e as rotinas de cálculos e verificações criadas com o auxílio de softwares, constituem-se em um material didático a ser utilizado para o processo ensino-aprendizagem do assunto.

**Palavras chaves:** Dimensionamento. Punção. Armadura de punção.

## **ABSTRACT**

The calculation and structural design are subject to a wide range of solutions. One commonly adopted solution is the use of a solid flat slab without the presence of beams, with specific reinforcement to resist the punching shear forces that arise for this type of slab. The punching shear effect on the slab can be understood as the concentrated shear force around the column due to the absence of beams, which also assist in distributing the load from the slabs to the columns. In this effect, the column tends to "punch through" the slab, requiring punching shear reinforcement to resist these forces, which can lead any structure under this effect to collapse. This work emphasizes these structures, using the ABNT NBR6118:2023 standard to design slabs for punching shear through calculation routines developed to facilitate the use and understanding of the subject. The products of this work, which are the monograph itself and the calculation and verification routines created with the aid of software, constitute educational materials to be used for the teaching and learning process of the subject.

**Keywords:** Design. Puncture. Puncture Armor.

## SUMÁRIO

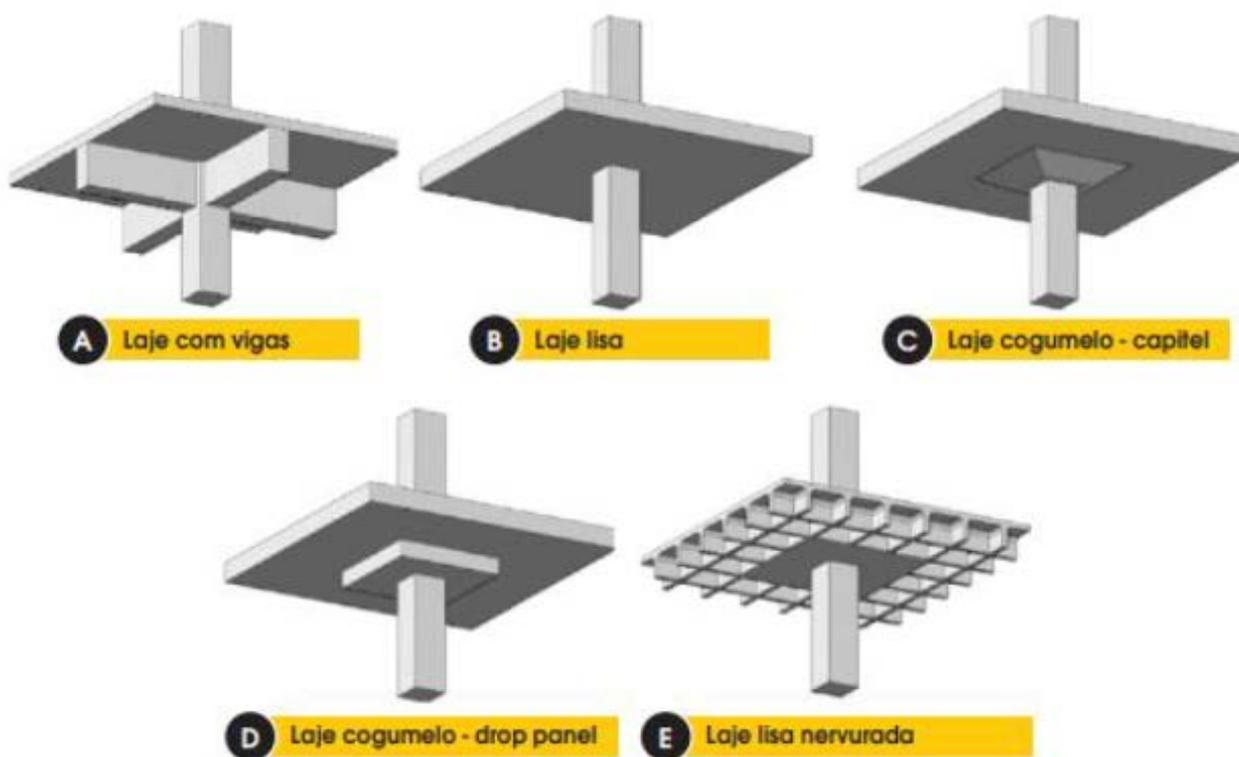
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>8</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>9</b>
<b>2.1 Objetivos gerais.....</b>	<b>9</b>
<b>2.2 Objetivos específicos .....</b>	<b>9</b>
<b>3. JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>10</b>
<b>4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>10</b>
<b>4.1 Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>10</b>
<b>4.1.1 Punção.....</b>	<b>10</b>
<b>4.2 Dimensionamento de laje à punção.....</b>	<b>11</b>
<b>4.2.1 Modelo de cálculo para pilares internos.....</b>	<b>11</b>
<b>4.2.2 Modelo de cálculo para pilares de borda.....</b>	<b>13</b>
<b>4.2.3 Modelo de cálculo para pilares de canto .....</b>	<b>14</b>
<b>4.2.4 Tensão resistente de cálculo no contorno C .....</b>	<b>15</b>
<b>4.2.5 Tensão resistente de cálculo no contorno C' em elementos sem armadura de punção.....</b>	<b>16</b>
<b>4.2.6 Tensão resistente de cálculo no contorno C' em elementos com armadura de punção.....</b>	<b>17</b>
<b>4.2.7 Armadura de punção.....</b>	<b>17</b>
<b>4.2.8 Procedimento de verificação.....</b>	<b>18</b>
<b>4.2.9 Capitel.....</b>	<b>19</b>
<b>5. RESULTADOS OBTIDOS.....</b>	<b>21</b>
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>25</b>
<b>7. CONCLUSÃO .....</b>	<b>26</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>27</b>
<b>APÊNDICE A – ESTUDO DE CASO - ARMADURA DE PUNÇÃO EM PILAR INTERNO QUADRADO .....</b>	<b>Erro! Indicador não definido.</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Para realizar tal estudo, foi utilizado como embasamento a Norma ABNT NBR 6118:2023, bem como outros trabalhos acadêmicos com bastante semelhança acerca deste tema.

Segundo esta norma, “Lajes-cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, enquanto lajes lisas são apoiadas nos pilares sem capitéis” (ABNT NBR6118:2023). Nas lajes lisas não há presença de vigas como suporte e essas lajes podem ser de diversos sistemas construtivos, (figura 1).

Figura 1 - Sistemas construtivos de lajes.



Fonte: ABECE/IBRACON, 2014.

No caso de laje maciça, toda a laje de concreto armado possui espessura constante, sendo moldada *in loco* a partir do lançamento do concreto fresco sobre um sistema de formas.

Uma das grandes vantagens da utilização das lajes lisas é sua economia. Por não possuir vigas, o consumo de concreto é menor; suas fôrmas são mais simples; e possui peso próprio reduzido. Todos esses fatores propiciam uma grande economia e agilidade durante sua execução.

Nesse tipo de sistema construtivo onde os esforços solicitantes da laje são transmitidos diretamente para os pilares há a ocorrência do efeito de punção em laje.

O efeito de punção em laje se caracteriza como sendo os esforços solicitantes no contorno do pilar devido às altas cargas concentradas em pequenas áreas, gerando altas tensões de cisalhamento. Uma vez que essas tensões ultrapassam a tensão de cisalhamento do estado limite último, haverá o rompimento da peça estrutural (Figura 2).

Figura 2 - Efeito de punção em laje de fundo de uma piscina.



Fonte: imagens do Google, 2016.

A Norma ABNT NBR6118:2023 estabelece as diretrizes para o dimensionamento correto da armadura de combate à punção, a fim de manter a integridade da estrutura e preservar a segurança das pessoas que ocupam ou passam por estas estruturas.

## **2. OBJETIVOS**

### 2.1 Objetivos gerais

- Estudar o efeito de punção em laje lisa e elaborar um sistema para autoaprendizado da teoria e cálculo de armadura de punção realizado por meio de uma planilha.

### 2.2 Objetivos específicos

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre o assunto;
- Aprimorar estudos anteriores (TCC's orientados anteriormente);
- Buscar padrões de facilitação para a interface do usuário com planilhas;
- Criar um sistema para o autoaprendizado do assunto.

### 3. JUSTIFICATIVA

O trabalho se justifica para o aprofundamento do tema, o que enriquece o aprendizado deste importante evento: punção em lajes lisas. Contribuir para promover o aprendizado do assunto através de sistemas que facilitam a navegação por meio de abas das planilhas é um legado para os futuros usuários da referida planilha.

### 4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

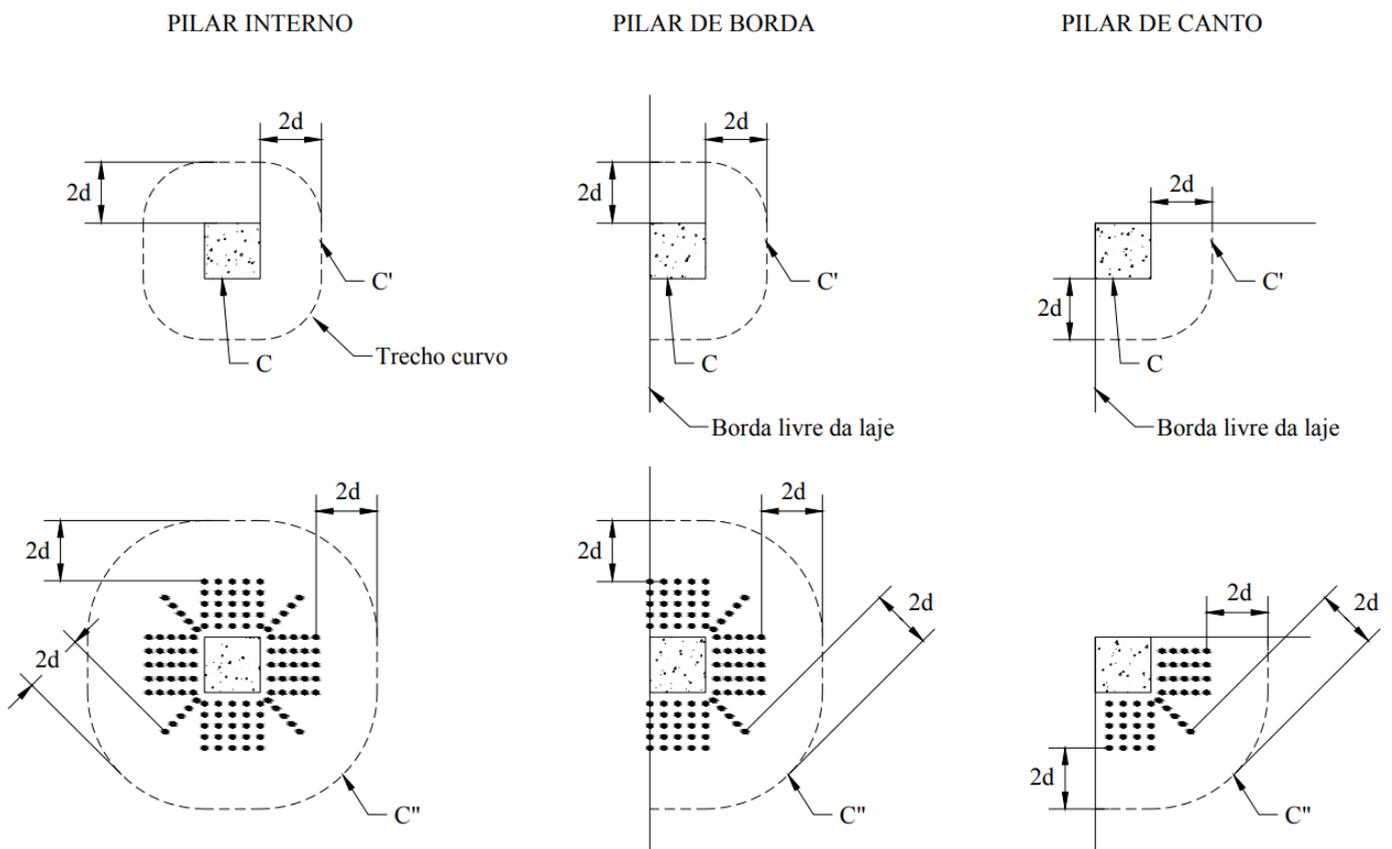
#### 4.1 Revisão Bibliográfica

##### 4.1.1 Punção

Segundo Ferreira (2005, p.24) “A ruptura por punção é possível de ocorrer em pontos de carregamento concentrados.”. Sendo assim, como prescreve a NBR 6118:2023 no item 19.5, será feita a verificação dos esforços cisalhantes nos contornos críticos em torno dos pilares.

Esta verificação ocorre por meio do cálculo e comparação das tensões solicitantes e das tensões resistentes da laje, no que se refere ao cisalhamento em seus contornos C, C' e C'' (Figura 3).

Figura 3 – Contornos críticos em pilares internos, de borda e de canto.



Fonte: Ferreira, 2005.

Para a realização dos cálculos foram utilizados os Softwares Smath Studio e Microsoft Excel, onde será necessário fornecer os dados iniciais para o posterior dimensionamento.

Com base na NBR 6118:2023, o dimensionamento foi feito de modo semelhante, porém, de modo inverso, tal qual obteremos a distância C” onde já não será mais necessária armadura de punção e, então, retroceder 2d para determinar o fim do avanço da armadura. Este cálculo visa melhorar o emprego da armadura, evitando desperdício de material sem prejudicar a sua eficiência estrutural.

## 4.2 Dimensionamento de laje à punção

### 4.2.1 Modelo de cálculo para pilares internos

Para o cálculo dos esforços solicitantes em pilares internos com efeito de momento, a expressão usada é a seguinte, conforme o item 19.5.2.2 da ABNT NBR 6118:2023:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K M_{sd}}{W_p d}$$

Onde:

$F_{sd}$ : Força ou reação concentrada de cálculo da região do pilar, representada na figura 4;

$u$ : Perímetro do contorno crítico C;

$d$ : Altura útil da laje ao longo do contorno crítico, calculada pela média aritmética das alturas úteis da laje nas direções x e y, como indicado na expressão a seguir:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

$K$ : É o coeficiente que fornece a parcela de  $M_{sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação  $C_1/C_2$ , conforme a tabela 1;

Tabela 1 – Valores do coeficiente K

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$K$	0,45	0,60	0,70	0,80

onde

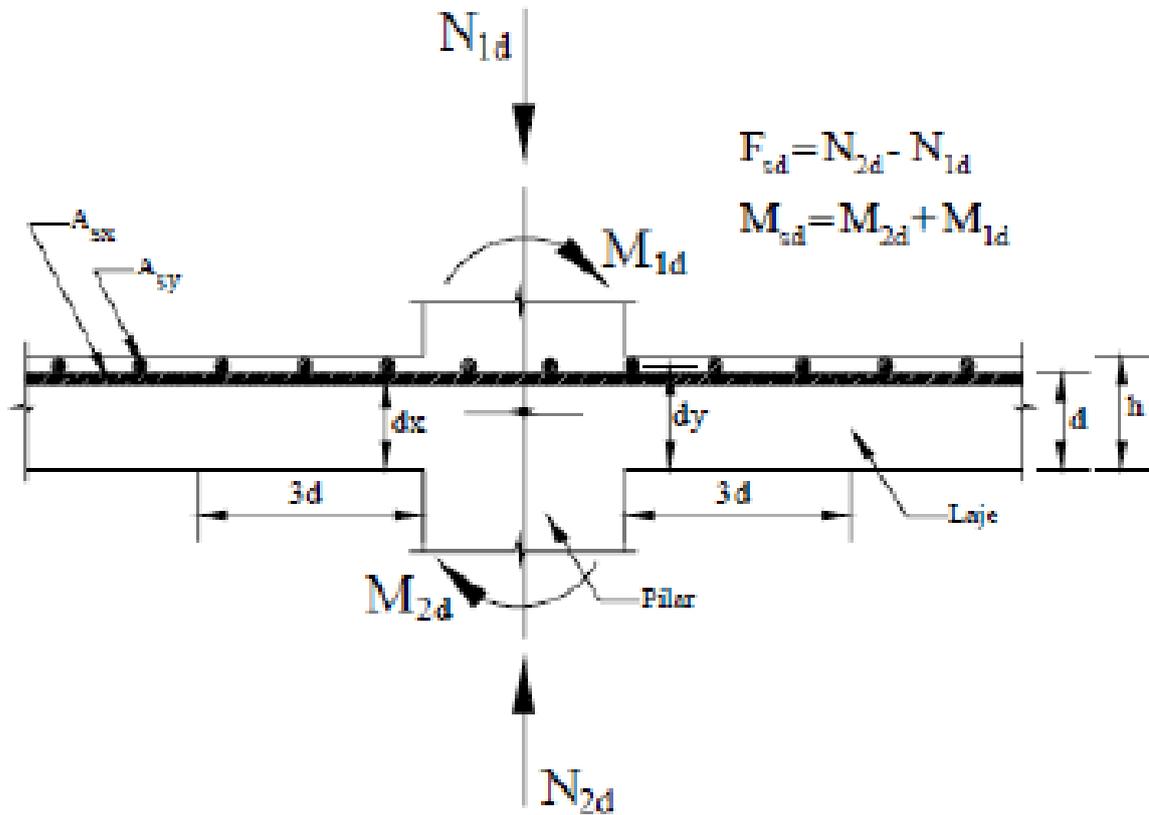
$C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

$C_2$  é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

$M_{sd}$ : Momento de cálculo na região do pilar, representado na figura 4;

$W_p$ : Módulo de resistência plástica.

Figura 4 – Determinação da altura  $d$ ,  $F_{sd}$  e  $M_{sd}$ .



Fonte: Ferreira, 2005.

O valor do perímetro do contorno crítico ( $u$ ) e o valor do módulo de resistência plástica ( $W_p$ ) dependem da seção transversal do pilar e de qual contorno está sendo verificado.

Para verificação no contorno C de um pilar retangular:

$$u = 2 C_1 + 2 C_2$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2$$

Para verificação no contorno C' de um pilar retangular:

$$u' = u + 2\pi (2d)$$

$$W_p' = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4 C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

Para verificação no contorno C'' de um pilar retangular:

$$u'' = u + 2\pi (4d)$$

$$W_p'' = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 8 C_2 d + 64d^2 + 4\pi d C_1$$

Como o valor de  $W_p''$  será muito alto, tornará a segunda parcela do cálculo da tensão muito pequena, tendendo a zero, de forma que pode ser desprezada nos cálculos.

#### 4.2.2 Modelo de cálculo para pilares de borda

Para o cálculo dos esforços solicitantes em pilares de borda sem efeito de momento no plano paralelo à borda livre, a expressão usada é a seguinte, conforme o item 19.5.2.3 da ABNT NBR 6118:2023:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d}$$

Sendo:

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0$$

Onde:

$F_{sd}$ : É a reação de apoio;

$u^*$ : Perímetro do contorno crítico reduzido;

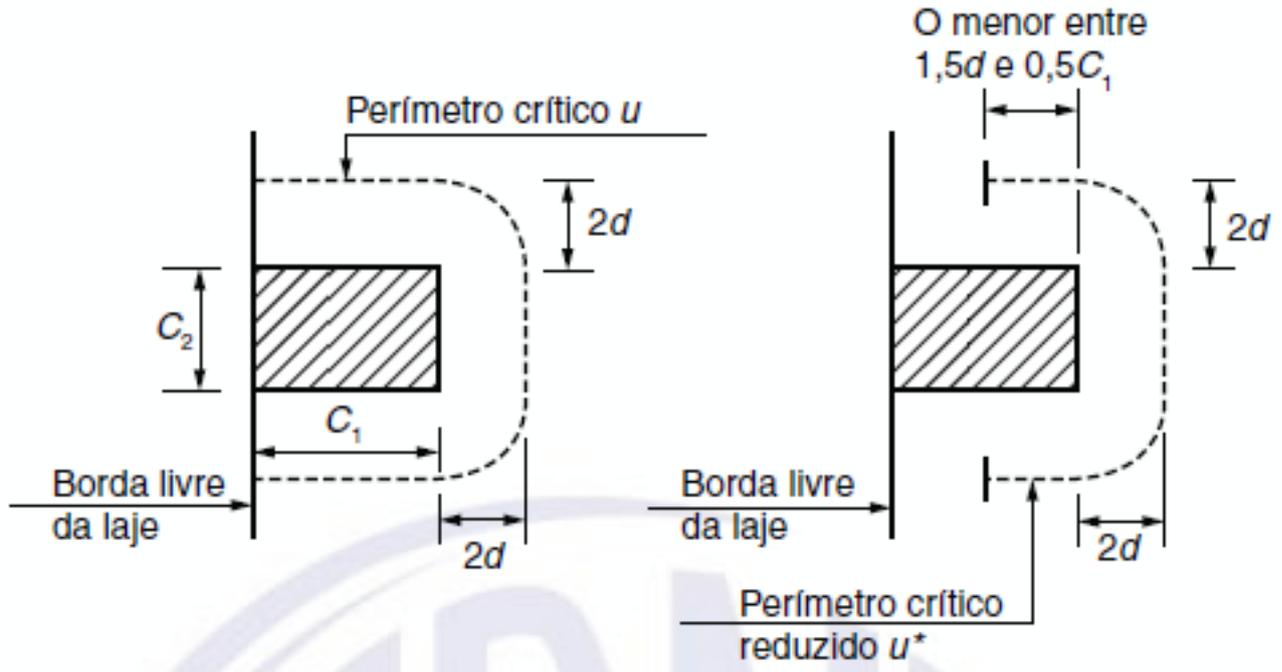
$d$ : Altura útil da laje ao longo do contorno crítico, calculada pela média aritmética das alturas úteis da laje nas direções x e y;

$K_1$ : O coeficiente  $K_1$  assume os valores de K na tabela 1, conforme a figura 5;

$M_{sd}^*$ : Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido  $u^*$  em relação ao centro do pilar;

$W_{p1}$ : Módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculada para o perímetro  $u$ .

Figura 5 – Perímetro crítico em pilares de borda



Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

Já para o cálculo dos esforços solicitantes em pilares de borda com efeito de momento no plano paralelo à borda livre, a expressão usada é a seguinte:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d}$$

Onde:

$M_{sd2}$ : É o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

$W_{p2}$ : É o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado pelo perímetro  $u$ .

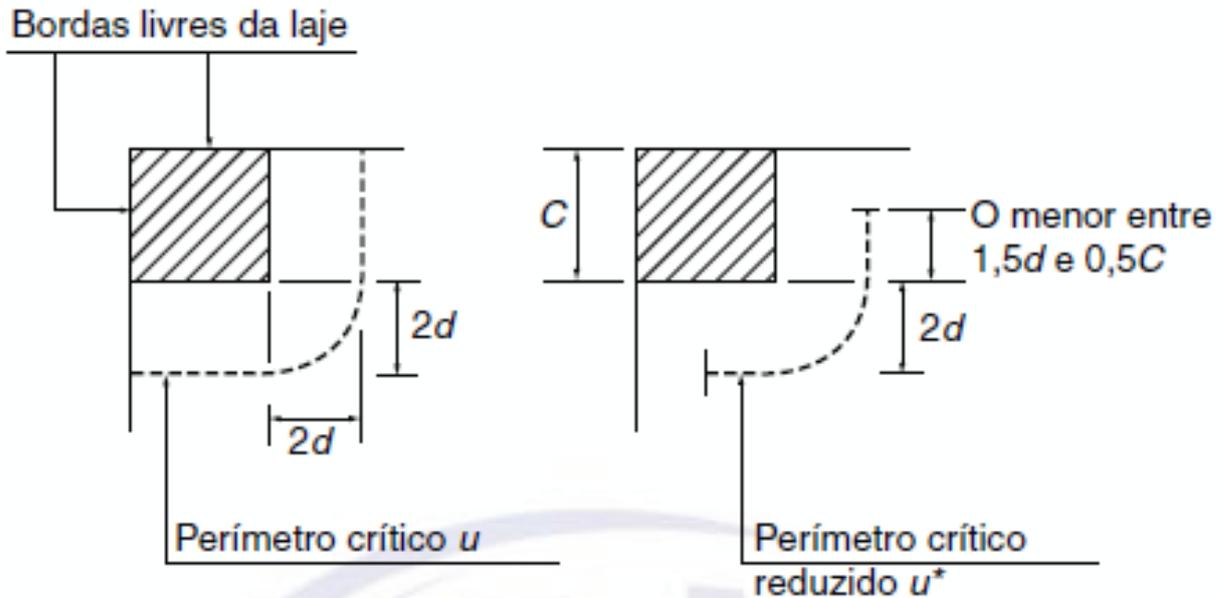
$K_2$ : O coeficiente  $K_2$  assume os valores de  $K$  na tabela 1, conforme a figura 5;

#### 4.2.3 Modelo de cálculo para pilares de canto

Para o cálculo dos esforços solicitantes em pilares de borda aplica-se a expressão utilizada para pilar de borda sem efeito de momento no plano paralelo à borda. Uma vez que o pilar de canto possui duas bordas livres, é necessário fazer a verificação separadamente para cada uma delas, considerando o momento fletor, cujo plano é perpendicular à borda livre que foi escolhida para verificação.

Neste caso, o valor de K deve ser calculado em função da proporção  $C_1/C_2$ , sendo  $C_1$  e  $C_2$ , respectivamente, os lados do pilar perpendicular e paralelo à borda livre adotada, conforme a tabela 1 (figura 6).

Figura 6 – Perímetro crítico em pilares de canto



Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

#### 4.2.4 Tensão resistente de cálculo no contorno C

O primeiro valor de tensão a ser verificado é o valor da tensão resistente de compressão diagonal do concreto no perímetro crítico C (conforme mostrado na figura 3) e pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd}$$

Onde:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com } f_{ck} \text{ em megapascal};$$

$f_{cd}$ : É a tensão resistente de cálculo à compressão do concreto, obtida pela seguinte expressão:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ , onde  $\gamma_c = 1,4$  para casos normais.

De forma que, para a verificação ser aceita, deve atender a seguinte condição:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$$

O valor de  $\tau_{Rd2}$  pode sofrer acréscimo de 20% de seu valor em caso de estado múltiplo de tensões a um pilar interno, quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem de 50% e não existem aberturas junto ao pilar.

#### 4.2.5 Tensão resistente de cálculo no contorno C' em elementos sem armadura de punção

Distante de uma distância  $2d$  do contorno C tem-se o contorno C', onde a tensão resistente pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \sigma_{cp}$$

Sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$$

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2}$$

Onde:

d: É a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' da região de aplicação da força, em centímetros;

$\rho$ : É a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

$\rho_x$  e  $\rho_y$ : São as taxas de armadura nas direções ortogonais x e y assim calculadas:

- Na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de  $3d$  para cada um dos lados;
- No caso de proximidade da borda, prevalece a distância até a borda, quando menor que  $3d$ ;

Salienta-se que, para a norma ABNT NBR6118:2023 recentemente atualizada, serão considerados os seguintes valores limites:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} ; \text{ com } \rho \leq 2\% = 0,02$$

$$\left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \leq 2$$

$$\sigma_{cp} \leq 3,5 \text{ MPa}$$

#### 4.2.6 Tensão resistente de cálculo no contorno C' em elementos com armadura de punção

Para os casos em que  $\tau_{Rd1} \geq \tau_{sd}$ , devemos calcular uma nova tensão resistente  $\tau_{Rd3}$ , pela seguinte expressão:

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \frac{d A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{S_r u d}$$

Onde:

$S_r$ : É o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não podendo ser superior a  $0,75d$ , representado na figura 8;

$A_{sw}$ : É a área de armadura de punção em um contorno completo paralelo a C' ;

$f_{ywd}$ : É a resistência de cálculo da armadura de punção, não sendo maior que 300Mpa para conectores ou 250Mpa para estribos. Além disso, para laje com espessura superior a 15cm, esses valores podem ser aumentados conforme item 19.4.2 da ABNT NBR 6118:2023;

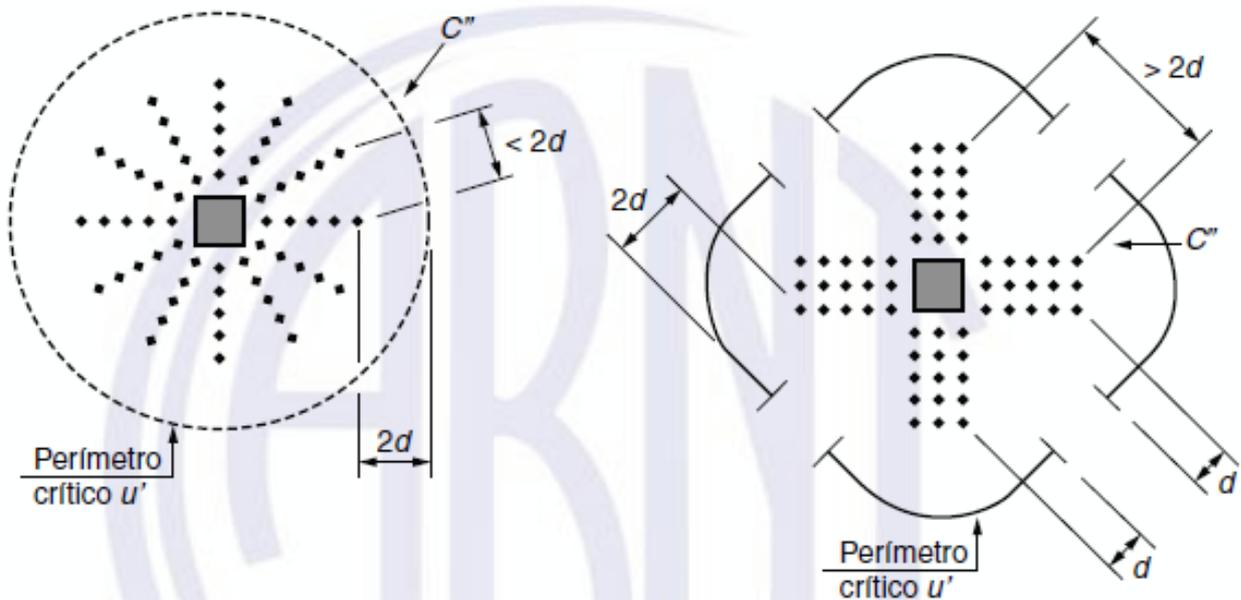
$\alpha$ : É o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

$u$ : É o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido, no caso de pilares de borda ou canto;

#### 4.2.7 Armadura de punção

Quando for necessário utilizar armadura de punção, esta deverá ser estendida em contornos paralelos ao contorno C' até que, em um contorno C'' afastado  $2d$  do último contorno de armadura (figuras 7 e 8), não seja mais necessário armadura de punção, ou seja, quando  $\tau_{Rd1} \geq \tau_{sd}$ , como mostrado nas figuras 7 e 8.

Figura 7 – Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C”.



Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

Figura 8 – Disposição da armadura de punção em corte



Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

#### 4.2.8 Procedimento de verificação

Segundo o item 19.5.3.5 da ABNT NBR 6118:2023 “No caso de a estabilidade global da estrutural depender da resistência da laje à punção, deve ser prevista uma armadura de punção, mesmo que  $\tau_{sd}$  seja menor que  $\tau_{rd1}$ . Essa armadura deve equilibrar um mínimo de 50% de  $F_{sd}$ .”.

Não sendo o caso, é necessário fazer as devidas verificações das tensões. Para verificar a necessidade ou não de armadura de punção deve se fazer a verificação  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$  no contorno do pilar, além de verificar se o concreto não está sendo esmagado.

Caso a verificação seja verdadeira, verifica-se a tensão no contorno C', distante 2d do pilar. Para essa verificação, se  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$  não será necessário armadura de punção. Caso contrário, será necessário armadura de punção até, pelo menos, 2d do contorno do pilar.

Sendo necessário armadura até no contorno C', é feita a verificação  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$  para o contorno C''. Se a condição for falsa, então será necessário levar a armadura até 2d do contorno anterior. Caso contrário, não será necessário armadura de punção até o contorno C'', apenas até C'.

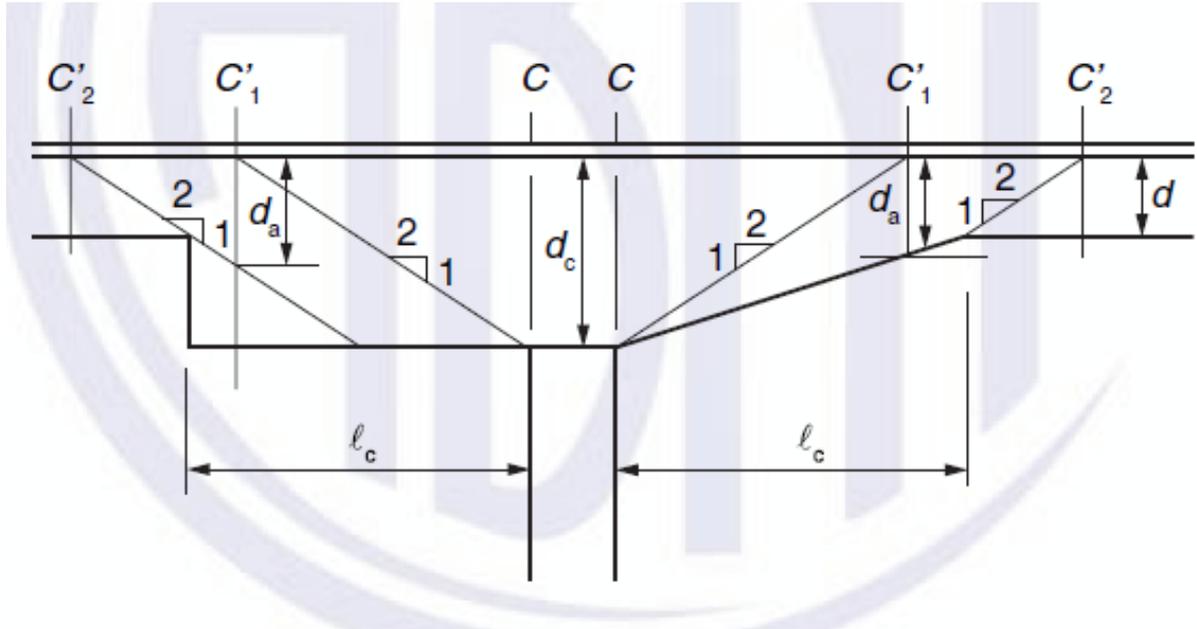
Essa verificação deve ser repetida até que não seja mais necessário armadura de punção no contorno analisado, apenas até o contorno anterior distante de 2d. Caso esta verificação persista até atingir uma distância de 6d do contorno do pilar, talvez seja mais viável mudar a seção do pilar, seção da laje, fazer um capitel ou aumentar o  $f_{ck}$  da estrutura.

Quando a verificação  $\tau_{Sd} \geq \tau_{Rd1}$  for verdadeira calcula-se a armadura de punção até o contorno por meio da igualdade  $\tau_{Sd} = \tau_{Rd3}$ . Esta armadura deve ser calculada para cada contorno que  $\tau_{Sd} \geq \tau_{Rd1}$  antes de se prosseguir com a verificação de dispensa de armadura no contorno seguinte.

#### 4.2.9 Capitel

Conforme o item 19.5.2.5 da ABNT NBR 6118:2023, para os casos em que houver capitel no pilar devem ser feitas duas verificações nos contornos críticos C<sub>1</sub>' e C<sub>2</sub>', conforme indicado na figura 9.

Figura 9 – Definição da altura útil em caso de capitel



Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

Onde:

$d$  : É a altura útil da laje no contorno  $C_2'$ ;

$d_c$  : É a altura útil da laje na face do pilar;

$d_a$  : É a altura útil da laje no contorno  $C_1'$ ;

$l_c$  : É a distância entre a borda do capitel e a face do pilar.

Quando:

$l_c \leq 2(d_c - d) \implies$  basta verificar o contorno  $C_2'$ ;

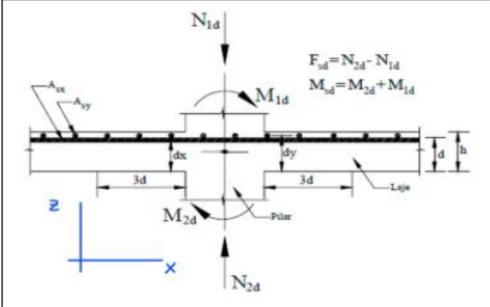
$2(d_c - d) < l_c \leq 2d_c \implies$  basta verificar o contorno  $C_1'$ ;

$l_c > 2d_c \implies$  é necessário verificar os contornos  $C_1'$  e  $C_2'$ .

## 5. RESULTADOS OBTIDOS

Foi feito, inicialmente, a definição das variáveis a serem utilizadas e da legenda de cores utilizadas nas células do software Microsoft Excel, responsáveis por tornar a entrada e retorno de dados mais fácil de ser visualizada e entendida. Além disso, recortes de trechos da referida Norma foram acrescentados ao material a fim de torná-lo mais autoexplicativo e didático. No software Smath Solver, as células de entrada de dados não foram destacadas pois esse software foi utilizado visando a extensa rotina de cálculo. Para este trabalho, não foi considerado armadura de protensão, nem a armadura complementar para colapso progressivo.

Figura 10 – Entrada de dados da planilha de rotina de cálculo



**LEGENDA**

FORNECER DADO
VALOR CALCULADO

FORÇA NORMA NO PILAR

MOMENTO FLETOR NO PILAR

N1d	1500	kN	M1d	100	kNm
N2d	2200	kN	M2d	116	kNm
Fsd	700	kN	Msd	216	kNm

RESISTÊNCIA DO CONCRETO

fck	30	Mpa
-----	----	-----

ALTURA DA LAJE E COBRIMENTO

h_laje	30	cm
cob_laje	2,5	cm

DIMENSÕES DO PILAR RETANGULAR E DETERMINAÇÃO DE K

hx	40	cm
hy	40	cm
C1	40	cm
C2	40	cm
C1/C2	1	
K	0,6	

**Tabela13 – Valores do coeficiente K.**

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$K$	0,45	0,60	0,70	0,80

onde  
 $C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;  
 $C_2$  é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Fonte: item 19.5.2.2 da NBR6118:2014, pg. 161

Fonte: Autoria própria com base na NBR6118:2023, 2023.

O dimensionamento da armadura de punção ocorre, primeiramente, por meio de verificações de esforços solicitantes calculados, sendo possível alterar o valor de diversas

variáveis, de modo a possibilitar a visualização da influência dessas variáveis em todo o cálculo do dimensionamento.

Figura 11 – Sequência de cálculo e verificação dos esforços solicitantes

TAXA DE ARMADURA (MÉDIA GEOMÉTRICA)		
p_mg	0,5074	%
verificação		
p	0,5074	%
TENSÃO DE COMPRESSÃO DEVIDO À PROTENSÃO		
σ_cp	0	Mpa
verificação		
σ_cp	0	Mpa
DETERMINAÇÃO DE αv		
αv	0,88	
VERIFICAÇÃO DO ESMAGAMENTO DO CONCRETO NO PERÍMETRO C		
<p><b>19.5.3.1 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C</b></p> <p>Essa verificação deve ser feita no contorno C, em lajes submetidas a punção, com ou sem armadura. Deve-se ter:</p> $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd}$ <p>onde</p> $\alpha_v = (1 - f_{ck}/250), \text{ com } f_{ck} \text{ em megapascal;}$ <p><math>\tau_{Sd}</math> é calculado conforme 19.5.2.1, com <math>u_0</math> (perímetro do contorno C) em lugar de <math>u</math>.</p>		
PARA COMBINAÇÕES NORMAIS		
γc	1,4	
fcd	21,42857	Mpa
PERÍMETRO DO CONTORNO DO PILAR		
u	1,6	m
PILAR COM EFEITO DE MOMENTO		
<p><b>19.5.2.2 Pilar interno, com efeito de momento</b></p> <p>No caso em que, além da força vertical, existe transferência de momento da laje para o pilar, o efeito de assimetria deve ser considerado, de acordo com a expressão:</p> $\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d}$ <p>onde</p> <p><math>K</math> é o coeficiente que fornece a parcela de <math>M_{Sd}</math> transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação <math>C_1/C_2</math>.</p>		
CALCULANDO Wp		
Wp	0,24	m <sup>2</sup>
TENSÃO POR PARCELA		
Fsd/u.d	1,672	Mpa
K.Msd/Wp.d	2,064	MPa
Tsd	3,74	MPa

Fonte: Autoria própria com base na NBR6118:2023, 2023.

Ao se verificar esses esforços e, conseqüentemente, a necessidade ou não da armadura de punção, definimos a ação a ser utilizada. Para o detalhamento da armadura de punção a ser empregada para combater os esforços definidos, utiliza-se da rotina de cálculo presente no Apêndice A, anexo ao final deste trabalho. Já para o emprego de capitel para combater os esforços solicitantes, utiliza-se a própria planilha referida.

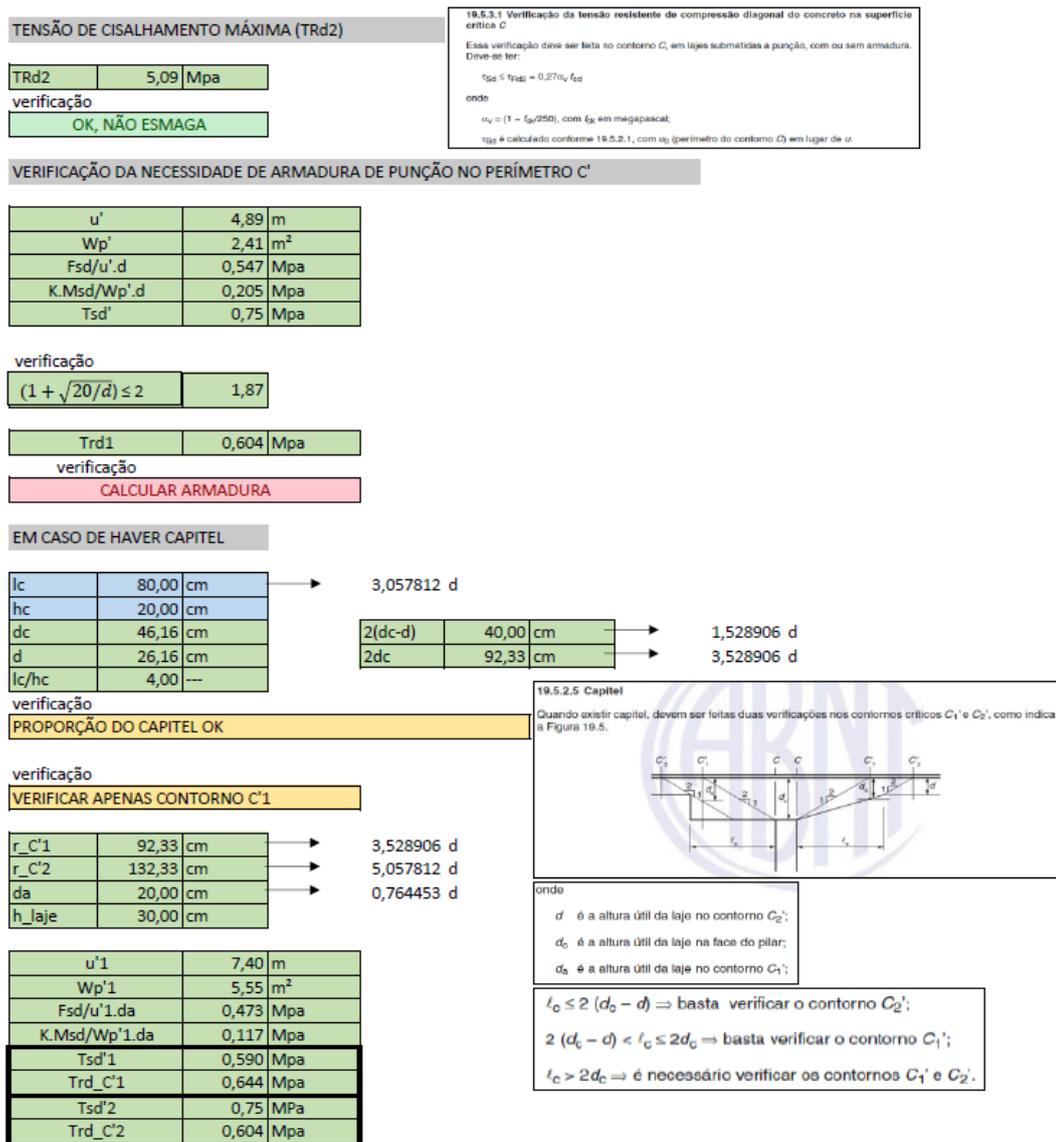
Figura 12 – Gráfico da Tensão solicitante em função da distância “r” da face do pilar



Fonte: Autoria própria com base na NBR6118:2023, 2023.

Com as variáveis já anteriormente definidas e os valores calculados, define-se mais algumas variáveis referentes ao capitel. Em seguida, a planilha calcula os valores e verificações necessárias, de modo que o usuário possa trabalhar os dados e observar a influência dessas alterações nos esforços de interesse.

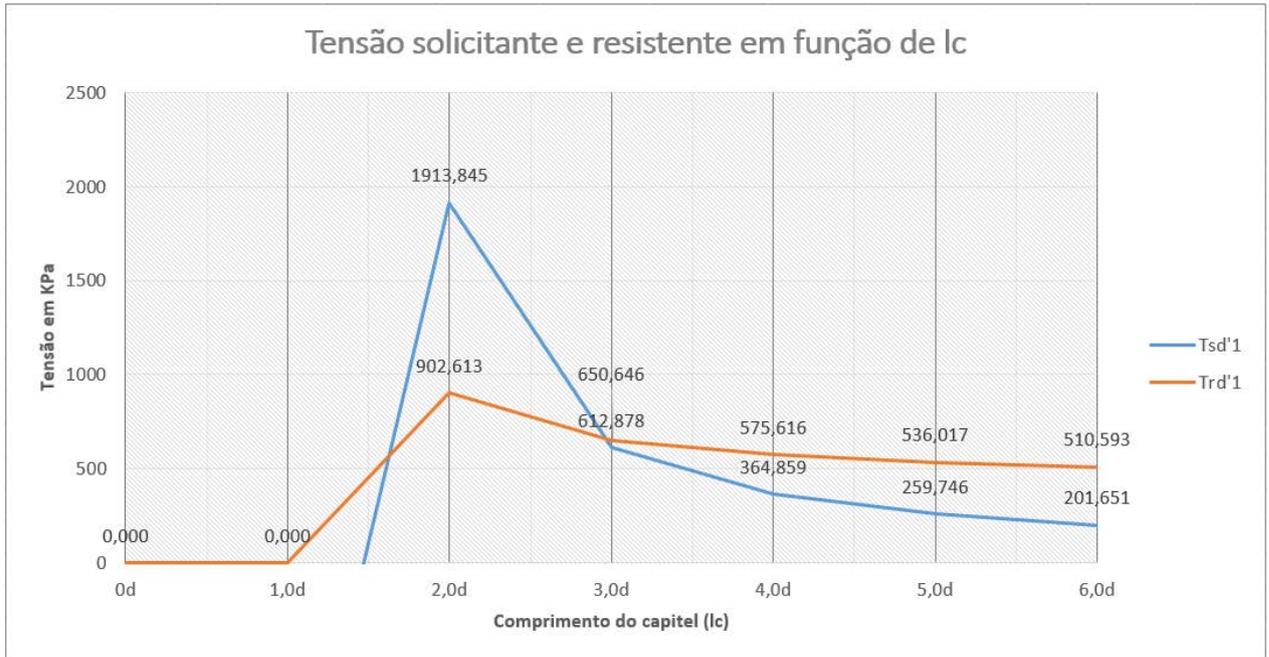
Figura 13 – Verificação da influência do capitel sobre os esforços solicitantes e resistentes



Fonte: Autoria própria com base na NBR6118:2023, 2023.

Com isso, é possível observar se o emprego do capitel para combater o efeito de punção na laje atende aos esforços solicitantes, bem como o comprimento necessário que o capitel deve ter para combater os esforços solicitantes.

Figura 14 – Gráfico da tensão solicitante em função do comprimento “lc” do capitel



Fonte: Autoria própria com base na NBR6118:2023, 2023.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com todo embasamento que a norma e estudos anteriores propiciaram, foi possível obter uma rotina de cálculo dentro dos softwares usados, de forma a calcular a armadura de punção em lajes lisas, bem como fazer as verificações de esforços nos contornos de interesse e, também, verificar a influência da presença do capitel no pilar sobre os esforços. Ainda, em ambos os softwares utilizados, todas as informações ficaram dispostas de forma a facilitar o entendimento e o uso da rotina de cálculo.

## **7. CONCLUSÃO**

Com base no que foi apresentado, é possível observar de modo claro e direto como o efeito de punção age na estrutura e como as variáveis influenciam nesse efeito, seja agravando ou amenizando. A análise gráfica se faz de extrema importância, uma vez que reúne várias informações em um só lugar, além de todo o cálculo mostrado pelas rotinas de cálculo nos softwares. De modo semelhante ao apresentado neste trabalho, podem ser feitas diversas outras análises gráficas, uma vez que os cálculos envolvem diversas variáveis que impactam nos resultados finais. Dito isto, este presente trabalho atinge o seu objetivo e deixa em aberto outras possibilidades de estudos acerca do tema aqui abordado.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118:2023 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro. 2023.

CAMARGO, A. C. N; FREITAS, B.V.O. **Lajes lisas em concreto armado: Dimensionamento, análise e detalhamento segundo a norma NBR-6118/2003 e código ACI 318-08**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil). Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Goiânia. 2013.

FERREIRA, A. M. **Análise da punção e flechas em lajes maciças sem vigas de concreto armado de acordo com as prescrições da NBR6118:2003**. Dissertação (Mestrado), USFCar. São Carlos. 2005.

SILVA, L. F.; SANTANA, V. M. **Análise comparativa entre o sistema estrutural de uma laje lisa e uma laje maciça sobre vigas faixas protendidas**. Trabalho final de curso (Graduação em Engenharia Civil). Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Goiânia. 2014.



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS  
GABINETE DO REITOR

Av. Universitária, 1069 • Setor Universitário  
Caixa Postal 86 • CEP 74605-010  
Goiânia • Goiás • Brasil  
Fone: (62) 3946.1000  
www.pucgoias.edu.br • reitoria@pucgoias.edu.br

## RESOLUÇÃO nº 038/2020 – CEPE

### ANEXO I

#### APÊNDICE ao TCC

#### Termo de autorização de publicação de produção acadêmica

O(A) estudante **LUCAS CASTELO BRANCO DE SOUZA** do Curso de **ENGENHARIA CIVIL**, matrícula **2019.1.0025.0064-6**, telefone: **(62)98199-2740** e-mail **lucas\_cbs@hotmail.com**, na qualidade de titular dos direitos autorais, em consonância com a Lei nº 9.610/98 (Lei dos Direitos do Autor), autoriza a Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC Goiás) a disponibilizar o Trabalho de Conclusão de Curso, intitulado:

**PUNÇÃO EM LAJE LISA – TEORIA E CÁLCULO DE ARMADURA: MATERIAL DIDÁTICO PARA AUTOAPRENDIZADO**, gratuitamente, sem ressarcimento dos direitos autorais, por 5 (cinco) anos, conforme permissões do documento, em meio eletrônico, na rede mundial de computadores, no formato especificado (Texto(PDF); Imagem (GIF ou JPEG); Som (WAVE, MPEG, AIFF, SND); Vídeo (MPEG, MWV, AVI, QT); outros, específicos da área; para fins de leitura e/ou impressão pela internet, a título de divulgação da produção científica gerada nos cursos de graduação da PUC Goiás.

Goiânia, 14 de dezembro de 2023.

Assinatura do autor: \_\_\_\_\_

Nome completo do autor: LUCAS CASTELO BRANCO DE SOUZA

Assinatura do professor-orientador: \_\_\_\_\_

Nome completo do professor-orientador: ALBERTO VILELA CHAER