

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS (PUC-GO)
ESCOLA DE CIÊNCIAS EXATAS E DA COMPUTAÇÃO

NADYA PEREIRA DA SILVA

**UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES BASEADA NO ENSINO
DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV**

GOIÂNIA

2020

NADYA PEREIRA DA SILVA

**UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES BASEADA NO ENSINO
DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV**

Monografia apresentada à Escola de Ciências Exatas e da Computação como requisito necessário para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Goiás.

Orientador: Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz

GOIÂNIA

2020

NADYA PEREIRA DA SILVA

**UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES BASEADA NO ENSINO
DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV**

Este trabalho foi julgado adequado e aprovado para a obtenção do título de graduação em
Licenciatura em Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Goiás

Goiânia, 03 de dezembro de 2020

Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz
Coordenador do Curso de Matemática

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz
Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Orientador

Mestranda Jordana de Oliveira do Amaral
Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Banca

Prof. M. Elias Rafael de Sousa
Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Banca

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, pelo dom da vida, por me sustentar e dar forças para superar os momentos de dificuldades e por colocar pessoas tão especiais em meu caminho. Sem Ele, nada seria possível.

À Pontifícia Universidade Católica de Goiás, por tornar possível o sonho de me formar em um curso superior.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Duelci, pelo apoio, empenho e paciência, que mesmo com seus horários apertados, aceitou guiar-me na elaboração desta monografia.

Aos meus amigos Jordanna e Joás, que a faculdade me deu, pelas trocas de ideias e por muitas vezes serem a luz no fim do túnel. Eu os perdoo pelo mau humor dos sábados de manhã.

Aos meus pais, Ana Maria e Joaquim, e meus irmãos, Nattany e Davi, pelo amor, incentivo e motivação que serviram de alicerce nessa caminhada.

Ao meu marido, João Neto, por me apoiar desde o início, acreditar e embarcar comigo nessa jornada e por sempre ter uma palavra de carinho e incentivo para me oferecer. Obrigada por tanto!

Enfim, a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para eu chegar até aqui, o meu muito obrigada!

RESUMO

Esta monografia tem como tema a teoria do ensino desenvolvimental, de Davydov, sobre o ensino de frações. A metodologia de Davydov é orientada à construção dos alunos para uma formação humanística com o propósito de capacitá-los a se orientarem na vida de forma independente. Buscamos compreender qual a proposta de alguns livros didáticos para o ensino de fração no sexto ano e pensamos em como aplicar a teoria do ensino desenvolvimental para contribuir com melhores resultados quanto a aprendizagem através de um plano de aula baseado nas ideias de Davydov. Um grande problema que observamos nessa metodologia tradicional oferecida nas escolas é que os alunos se tornam dependentes do professor. A criatividade e a independência desses alunos não são estimuladas e geralmente a orientação dada é no sentido de que utilizem modelos gerais para resolver situações-problema particulares através de exemplos e exercícios repetitivos. A metodologia utilizada para realizar este trabalho foi a pesquisa bibliográfica, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006). Na fundamentação teórica nos baseamos na teoria do ensino desenvolvimental, conforme Sousa (2017), que acredita que o papel da escola não é de apenas transmitir o conhecimento acumulado pela cultura, mas ensinar aos alunos através de um ensino que impulse o desenvolvimento mental a orientarem-se com autonomia na informação científica, ou seja, pensar dialeticamente. Também abordamos a teoria histórico cultural de Vygotsky, para a qual o ensino e aprendizagem são formas universais para o desenvolvimento do indivíduo. Finalizamos com uma proposta de ensino-aprendizagem das frações com a aplicação desta metodologia que instiga os alunos a pensarem dialeticamente. Entendemos que as dificuldades para implementação da proposta na educação matemática não é uma tarefa fácil diante das dificuldades encontradas no seu trabalho, entretanto esperamos contribuir para o debate acadêmico no sentido de propor mudanças num dos aspectos negativos da educação, a metodologia.

Palavras-chave: Frações, Teoria do Ensino Desenvolvimental, Teoria Histórico-Cultural.

ABSTRACT

This monograph has Davydov's theory of developmental teaching on the teaching of fractions. Davydov's methodology is oriented to the construction of students for a humanistic formation with the purpose of enabling them to orient themselves in life independently. We seek to understand the proposal of some textbooks for the teaching of fraction in the sixth year, and we think about how the theory of developmental teaching can help to make learning more effective through a lesson plan based on Davydov's ideas. A major problem that we see in this traditional methodology offered in schools is that students become dependent on the teacher. Creativity and independence arouse students are not stimulated and generally the orientation given is that they use general models to solve particular problems through examples and repetitive exercises. The methodology used to carry out this work was a bibliographic research, which is elaborated from the material already published, such as books, articles, and materials made available on the internet, performing analysis of the processes of these materials. In the theoretical foundation we are based on the theory of developmental teaching, which believes that the role of the school is not only to transmit the knowledge accumulated by culture, but to use students through teaching that impels mental development to orient themselves with autonomy in information scientific, that is, think dialectically. We also address Vygotsky's historical cultural theory, for which teaching and learning are universal forms for the development of the individual. We conclude with a teaching-learning proposal of fractions with the methodology of this methodology that encourages students to think dialectically. We understand that the difficulties to implement the proposal in mathematics education is not an easy task in view of the difficulties encountered in his work, however we hope to contribute to the academic debate in the sense of proportions in one of the negative aspects of education, the methodology.

Keywords: Fractions, Developmental Teaching Theory, Historical-Cultural Theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Capa do livro "A conquista da Matemática"	22
Figura 2 - Capa do livro "Matemática Bianchini"	22
Figura 3 - Etapa 1 da atividade com mosaico.....	23
Figura 4 - Etapas 2 e 3 da atividade com mosaico	23
Figura 5 - Exemplos resolvidos disponibilizados pelo livro	25
Figura 6 - Exemplos de operações de frações com mesmo denominador.....	26
Figura 7 - Exemplo resolvido de porcentagem de um número.....	27
Figura 8 - Exercícios resolvidos de probabilidade	29
Figura 9 - Explicação do livro de como se lê as frações	30
Figura 10 - Explicação de porcentagem	31
Figura 11 - Representação do exemplo citado.....	32
Figura 12 - Esquema para resolver o exemplo citado	32
Figura 13 - Exemplo que mostra a mesma quantidade de sobrinhas organizadas de formas diferentes conforme encontramos frações equivalentes	33
Figura 14 - Exemplo resolvido de soma e subtração de frações com denominadores diferentes (1)	34
Figura 15 - Exemplo resolvido de soma e subtração de frações com denominadores diferentes (2)	34
Figura 16 - Exemplo e desenhos representando a multiplicação entre frações	36
Figura 17 - Exemplos de como resolver divisão entre frações.....	37

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL	12
	2.1 A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL	12
	2.2 A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL	16
3	BREVE CONTEXTO HISTÓRICO DAS FRAÇÕES	21
	3.1 COMO OS LIVROS DIDÁTICOS APRESENTAM AS FRAÇÕES	21
	3.1.1 A conquista da matemática	22
	3.1.2 Matemática Bianchini	30
	3.1.3 O que podemos observar	37
4	PLANO DE AULA BASEADO NA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL	39
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	47

1 INTRODUÇÃO

Bons professores ficam guardados em nossa memória, muitas vezes não lembramos pontualmente o que nos foi ensinado por eles, mas suas atitudes e forma de lidar com os alunos ficam marcados em nós. Inspirada por profissionais como esses e por acreditar que o conhecimento pode melhorar a vida e abrir portas para muitas pessoas, que ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC Goiás) e a partir de então passei a ver com outros olhos as dificuldades e problemas presentes nesse universo, antes vistos sob as lentes de uma mera espectadora e agora como protagonista que faz parte da solução com forte desejo de contribuir com a questão do ensino-aprendizagem de matemática.

Não é novidade que os números da educação no Brasil não são os melhores. Apesar dos resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) de 2019 mostrar que nos anos iniciais do ensino fundamental ultrapassamos a meta, por outro lado, nos anos finais ficamos com desempenho abaixo do esperado, assim como o ensino médio que não alcançou os números estipulados pelo Ministério da Educação (MEC), contudo, houve melhora em relação à edição anterior, de 2017¹.

De acordo os resultados divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), os alunos tiveram uma piora no desempenho do Enem de 2019, fazendo cair a média nas quatro provas objetivas, em relação a 2018.² Em matemática, a média de notas caiu de 535,5 para 523,1. Em ciências humanas foi de 569,2 para 508. Já em linguagens, baixou de 526,9 para 520,9 e ciências da natureza os números caíram de 493,8 para 477,8. Foi uma redução considerável.

O Pisa é outro indicador no qual podemos analisar a situação da educação brasileira. “O maior estudo sobre educação do mundo, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), apontou que o Brasil tem baixa proficiência em leitura, matemática e ciências, se comparado com outros 78 países que participaram da avaliação” (Inep, 2019)³

¹Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2020/09/15/estados-que-melhoraram-resultados-no-ideb-colocaram-foco-em-ensino-integral-projetos-integrados-e-desenvolvimento-emocional.ghtml>. Acesso em: 19 out. 2020

² Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2020/01/17/notas-medias-do-enem-2019-caem-em-todas-as-provas-objetivas.ghtml>. Acesso em: 20 out. 2020

³Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206. Acesso em: 19 out. 2020

Ainda de acordo com essa pesquisa realizada em 2018, foi apresentado dados preocupantes: “68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de matemática, o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Em ciências, o número chega a 55% e, em leitura, 50%. Os índices estão estagnados desde 2009” (Inep, 2019).

Se compararmos o Brasil com outros países da América do Sul, ficamos com as últimas posições nas três áreas analisadas, apresentando resultados piores quando comparado com a média dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Ainda segundo esse estudo, escolas particulares e federais têm médias superiores as escolas públicas estaduais e municipais.

Qual será a influência que a rede de ensino exerce nesses resultados? Podemos pensar na desvalorização dos professores, principalmente na rede pública, falta de reconhecimento social e baixos salários, fazendo com que muitas vezes se desdobrem em mais de uma escola e, conseqüentemente, deixando-os sem tempo para capacitação e preparação de uma aula baseada em metodologias que proporcionam um aprendizado mais eficaz ao aluno, recorrendo então, ao ensino tradicional e ultrapassado, não levando em consideração as particularidades que encontra em cada turma.

Ao conversar com duas professoras com intuito de descobrir qual conteúdo seus alunos possuíam mais dificuldades de aprendizagem, a resposta de ambas foi relacionada as frações, que iam desde as primeiras noções até interpretação de situações problemas, algo que já poderíamos esperar observando os dados do PISA(2019), pois se há baixa proficiência em leitura, então teríamos problemas com questões de interpretação. Então trabalharemos com essa problemática focando na soma e subtração de frações, procurando compreender por que ocorre essa dificuldade na interpretação das questões, onde está a falha no processo de ensino-aprendizagem e buscando maneiras que contribuam com a construção de um conhecimento científico nos alunos.

No capítulo 2, para um entendimento mais profundo da questão do ensino-aprendizagem de matemática, procuramos aportes teóricos que pudessem dar respostas significativas e que conseguissem de fato contribuir com minha formação e com minha forma de atuar no ensino básico. No capítulo seguinte, apresentamos um breve contexto histórico das frações e procuramos em livros didáticos a forma como esse conteúdo é apresentado. No capítulo 4, sugerimos um plano de aula contemplando esse aporte teórico que pode ser utilizado

em sala e com a finalidade de incentivar a busca por conhecimentos. No último capítulo apresentamos algumas considerações que obtivemos com a realização desse trabalho.

A teoria histórico cultural e o ensino desenvolvimental são dois desses importantes aportes. A teoria do ensino desenvolvimental de Davydov (1988) prioriza a participação dos alunos através de uma atividade planejada e estruturada pelo professor, que precede o desenvolvimento cognitivo. Sem o aluno vivenciar o processo, o aprendizado fica apenas no campo empírico, onde o professor disponibiliza todo conteúdo pronto, não instigando o escolar a investigação científica.

Ao fazer com que o aluno seja protagonista do seu desenvolvimento, é possível proporcionar um ensino teórico-científico, onde eles se aproximam do núcleo da questão entendendo como e por que as regras funcionam, possibilitando que se desenvolvam criativamente e, assim, conseguem aplicar um conceito na resolução de vários outros problemas.

Dentro do contexto que a nossa educação se encontra, acreditamos que a metodologia de Davydov (1988) pode contribuir consideravelmente na formação de alunos e professores, contribuindo para melhor leitura e interpretação de problemas, auxiliando não somente na matemática, mas em todas as outras áreas do conhecimento.

A proposta apresentada é um plano de aula baseada na teoria do ensino desenvolvimental que o professor poderá aplicar em sala ao ensinar sobre frações, desde as primeiras noções até situações-problema que envolvem soma e subtração apresentando uma questão investigativa ao iniciar um novo objeto de aprendizagem, confrontando a forma como os livros didáticos apresentam o conteúdo e pensando em quais resultados esperar a partir dessa nova forma de ensinar.

2 A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

A teoria proposta por Davydov (1988) é baseada na teoria histórico-cultural, de Vygotsky (1991). Então para que possamos entender o conceito da teoria do ensino desenvolvimental, é necessário fazermos um breve estudo a respeito do que Vygotsky (1991) desenvolveu.

2.1 A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Lev Semenovich Vygotsky⁴ viveu em um ambiente estável economicamente. Desde cedo mostrava interesse pela leitura e frequentava bibliotecas, inclusive a de sua casa. Talvez essa facilidade ao acesso às informações atizou o interesse pelo conhecimento em diversas áreas. Estudou Direito e Literatura, na Universidade de Moscou, e durante esse período participava de cursos de História e Filosofia na Universidade Popular de Shanyavskii. Não parou por aí, “o crescente interesse em compreender o desenvolvimento psicológico do ser humano, e, particularmente, as anormalidades físicas e mentais, levou Vygotsky a fazer cursos na Faculdade de Medicina, primeiramente em Moscou e depois em Kharkov.” (REGO, 1995, p. 22).

Preocupava-se, também, com questões ligadas a pedagogia, principalmente no desenvolvimento de crianças portadoras de alguma deficiência e buscava alternativas que pudessem ajudá-las no desenvolvimento, mas esse não era seu único objetivo, pois essa era uma ótima oportunidade para compreender os processos mentais humanos. (REGO, 1995)

Para Vygotsky (1984. p. 21), conforme citado por Rego (1995, p. 38), a teoria histórico-cultural tem como objetivo central “caracterizar os aspectos tipicamente humanos do comportamento e elaborar hipóteses de como essas características se formaram ao longo da história humana e de como se desenvolvem durante a vida de um indivíduo”. Com seus estudos dos processos psicológicos, guiados pela abordagem sociocultural, Vygotsky (1984) pretendia responder três questões, que em sua visão, não estavam sendo tratadas adequadamente pelos estudiosos da psicologia humana e animal.

A primeira se referia à tentativa de compreender a relação entre os seres humanos e o seu ambiente físico e social. A segunda, à intenção de identificar

⁴ nasceu a 17 de novembro de 1896 em Orsha, uma pequena cidade provinciana, na Bielo-Rússia. [...] Cresceu e viveu por um longo período em Gomel, também na Bielo-Rússia, na companhia de seus pais e de seus sete irmãos. Casou-se aos 28 anos, com Roza Smekhova, com quem teve duas filhas. Faleceu em Moscou, em 11 de junho de 1934, vítima de tuberculose, doença com que conviveu durante quatorze anos. (REGO, 1995, p. 20)

as formas novas de atividade que fizeram com que o trabalho fosse o meio fundamental de relacionamento entre homem e natureza, assim como examinar as consequências psicológicas dessas formas de atividade. A terceira e última questão se relacionava à análise da natureza das relações entre o uso de instrumentos e o desenvolvimento da linguagem” (VYGOTSKY, 1984, p. 21, apud REGO, 1995, p. 39).

De acordo com Rego (1995, p. 42-43), para Vygotsky (1984), a relação dos indivíduos entre si e destes com o mundo não é direta,

pois é mediada por meios, que se constituem nas ‘ferramentas auxiliares’ da atividade humana. A capacidade de criar essas ‘ferramentas’ é exclusiva da espécie humana. O pressuposto da mediação é fundamental na perspectiva sócio-histórica justamente porque é através dos instrumentos e signos que os processos de funcionamento psicológicos são fornecidos pela cultura.

Desse modo, a linguagem assume um papel muito importante no processo de pensamentos, pois é o principal sistema simbólico de todos os grupos humanos.

O indivíduo não nasce com o conhecimento pronto do meio ao seu redor, mas “a mente da criança contém todos os estágios do futuro desenvolvimento intelectual: eles existem já na sua forma completa, esperando o momento adequado para emergir” (VYGOTSKY, 1984, p. 26, apud REGO, 1995, p. 57). Mas para Vygotsky (1984), a maturação biológica não é o principal meio de desenvolvimento de complexas formas de comportamento humano, e sim as interações do indivíduo com sua cultura.

Para exemplificar essa situação, podemos recorrer a caso de duas meninas que ficaram conhecidas como “meninas lobas”. Como escreve Rego (1995, p. 58) citando Davis e Oliveira (1990, p. 16), elas foram encontradas vivendo em meio a uma manada de lobos na Índia. Não sabiam falar ou utilizar prato e talheres para se alimentarem, comiam carne crua ou podre, andavam com o apoio das mãos e não raciocinavam logicamente. Observamos, então, que apenas os fatores biológicos não são suficientes para que o indivíduo se desenvolva, é necessário à sua interação com o meio social, pois assim terá acesso a instrumentos que mediarão sua relação com o mundo.

As interações entre os indivíduos e o meio que os cercam possibilitam o aprendizado, e este abre o caminho para o desenvolvimento. Vygotsky (1984) pontua que o aprendizado oferecido na escola introduz novos elementos para o desenvolvimento da criança, embora já tenha começado bem antes de frequentar esse ambiente. Segundo Rego (1995, p. 72), “Vygotsky identifica dois níveis de desenvolvimento: um se refere às conquistas já efetivadas, que ele chama de nível de desenvolvimento real ou efetivo, e o outro, o nível de desenvolvimento potencial, que se relaciona às capacidades em vias de serem construídas.”

O nível de desenvolvimento real pode ser entendido como as conquistas consumadas pela criança, é tudo aquilo que ela consegue fazer de forma independente, sem a ajuda de alguém mais experiente de sua cultura. Esse nível indica os ciclos de desenvolvimentos que foram concluídos, e é isso que geralmente é tomado como referência para representar seu desenvolvimento.

Já o nível de desenvolvimento potencial se refere ao que a criança é capaz de fazer, mas com ajuda de alguém mais experiente, como a mãe, pai ou uma criança mais velha. “Nesse caso, a criança realiza tarefas e soluciona problemas através do diálogo, da colaboração, da imitação, da experiência compartilhada e das pistas que lhe são fornecidas.” (REGO, 1995, p. 73). Rego (1995, p. 73) cita que para Vygotsky (1984), esse nível diz mais a respeito do desenvolvimento mental da criança do que o citado anteriormente.

Vygotsky (1984) chama de “zona de desenvolvimento potencial ou proximal” a distância entre o que a criança consegue realizar sozinha e aquilo que precisa da colaboração para realizar. São conquistas que ainda estão em processo de maturação, que estão presentes no estado embrionário, mas tem potencial para amadurecer. (REGO, 1995)

De acordo com Vygotsky, “aquilo que é a zona de desenvolvimento proximal hoje será o nível de desenvolvimento real amanhã - ou seja, aquilo que uma criança pode fazer com assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã” (VYGOTSKY, 1984, p. 98, apud REGO, 1995, p. 74). Isso se dá pelo fato de que conforme a criança passa por um processo de aprendizado, cria-se nela a zona de desenvolvimento proximal e quando se relaciona com as pessoas a sua volta, internaliza conceitos que não seriam possíveis se não contasse com a interação com o grupo.

O conceito de zona de desenvolvimento proximal é um aliado importante quando observamos pelo ponto de vista pedagógico. Através dela é possível notar quais ciclos de desenvolvimento foram completados e quais são possíveis de completar, e a partir daqui montar estratégias em sala de aula para que esses ciclos se concluam.

Antes de chegar na escola, a criança já possui conhecimentos construídos através de suas experiências, o que Vygotsky (1987) chama de conceitos cotidianos ou espontâneos, e o ambiente escolar proporciona conhecimentos construídos de forma sistemática, o que chamou de conhecimentos científicos. A criança não aprenderá um novo conceito apenas com treinamento mecânico e por ser meramente apresentado pelo professor,

o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante a de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo. (VYGOTSKY, 1987, p. 72, apud REGO, 1995, p. 78)

De acordo com Rego (1995, p. 79), a conquista do pensamento conceitual depende não somente da força de vontade do indivíduo, mas principalmente do contexto em que está inserido. Vygotsky (1987) ressalta que se o meio ambiente não desafiar, exigir e estimular o intelecto, esse processo poderá se atrasar ou mesmo não se completar, ou seja, poderá não chegar a conquistar estágios mais elevados de raciocínio. Então o ensino escolar desempenha um papel importante na formação de conceitos, principalmente científicos, pois nesse ambiente os alunos terão acesso a informações que não fazem parte de seu cotidiano.

Mas o ensino sistemático não é o único responsável por ampliar a zona de desenvolvimento proximal. Vygotsky (1984) nos mostra a importância das brincadeiras, principalmente na fase pré-escolar, ressaltando aquelas em que as crianças assumem um papel, como casinha, médico, vendinha. Através disso, elas são capazes de reproduzir situações vivenciadas ao seu redor. Por exemplo, ao brincar de casinha e assumir o papel de mãe, a criança procurará agir da forma como a mãe dela age com ela. Assim, é possível trabalhar a imaginação e a partir daí, se torna capaz de assimilar alguns conceitos, ideias e valores.

É importante que a brincadeira seja valorizada e estimulada, pois tem papel importante no desenvolvimento das crianças. Deve ser pensada e planejada, de modo que tenham um espaço adequado e tempo para que a brincadeira se inicie, desenvolva e se encerre.

Segundo Rego (1995, p.107), “Vygotsky afirma que o bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento, ou seja, que se dirige às funções psicológicas que estão em vias de se completarem”. A partir disso, o papel da escola é ampliar e desafiar a construção de novos conhecimentos a partir daqueles que o aluno já possui.

A partir de Rego (1995, p. 108), podemos observar algumas colocações que Davydov (1988, p. 3) fez baseadas nas ideias de Vygotsky a respeito do ensino que propõe.

Afirma que a escola deve ser capaz de desenvolver nos alunos capacidades intelectuais que lhes permitam assimilar plenamente os conhecimentos acumulados. Isto quer dizer que ela não deve se restringir à transmissão de conteúdos, mas, principalmente, ensinar o aluno a pensar, ensinar formas de acesso e apropriação do conhecimento elaborado, de modo que ele possa praticá-las autonomamente ao longo de sua vida, além de sua permanência na

escola. Essa é, segundo ele, a tarefa principal da escola contemporânea frente às exigências das sociedades modernas.

Como na perspectiva vygotskyana o desenvolvimento ocorre do social para o individual, cabe aos professores buscarem formas de promover e permitir que ocorram interações sociais no cotidiano das salas de aula. A atividade espontânea das crianças não é suficiente para apropriar de tudo o que foi acumulado pela sociedade, então é importante a intervenção do professor para guiá-las a um caminho onde seja possível ocorrer a troca de conhecimento.

De acordo com Rego (1995, p. 111), para Vygotsky “a imitação oferece a oportunidade de reconstrução (interna) daquilo que o indivíduo observa externamente. A imitação pode ser entendida como um dos possíveis caminhos para o aprendizado, um instrumento de compreensão do sujeito.”. Através dela o indivíduo aprende, então é importante fornecer exemplos, demonstrações, sugestões, promovendo situações em que é possível a observação, imitação e reprodução. Ao falar de imitação, Vygotsky (2001c), não se refere a uma reprodução fiel daquilo que o adulto fornece, mas trata-se de usar aqueles modelos como referência para reproduzir algo a partir de sua visão, como acontece na brincadeira. Como ressaltamos acima, a reprodução não é capaz de formar conhecimento científico no escolar, é necessária uma atividade estruturada, na qual o escolar percorre o caminho do cientista na obtenção do objeto científico.

O que Davydov fez foi levar as ideias da psicologia apresentada por Vygotsky para a sala de aula. Assim como para Vygotsky, Davydov (1988) vê o papel do professor como um mediador, pensando de forma a levar o aluno a vivenciar as situações, a torná-lo curioso e criativo, para que consiga aplicar conceitos em diferentes situações. Acredita-se que o ensino teórico é mais efetivo, pois busca explicar o processo através de uma atividade estruturada que envolva o aluno e para isso elenca 6 ações que devem ser desenvolvidas para trabalhar o conhecimento, apresentaremos essas ações na seção seguinte.

2.2 A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

Vasili Vasilievich Davydov nasceu em 1930 em Moscou e faleceu em 1998, com 68 anos de idade. Coursou psicologia e filosofia na Universidade Estadual de Moscou, onde se formou em 1953. Trabalhou como chefe do laboratório de psicologia no Instituto de Psicologia Geral e Pedagógica da Academia de Ciências Pedagógicas da Antiga União Soviética, entre 1959 e 1983, e assumiu, em 1978 a diretoria do Departamento de Filosofia da Universidade de Moscou. Também foi colaborador científico de Luria e Leontiev por muitos anos.

Para entendermos do que a teoria de Davydov (1988) se trata, pensemos no seguinte exemplo: duas mães querem colocar suas filhas em um concurso infantil de confeitaria. Ambas as mães estudam com as filhas muitas técnicas e receitas diferentes de bolos e afins, mas uma incentiva e supervisiona a filha a colocar a mão na massa e reproduzir essas receitas que estudaram e a outra conhece a cozinha apenas pelos vídeos de receitas que assistiu pela internet. No dia do concurso, qual tem mais chances de sair melhor? A que estudou e participou da fabricação de diversos bolos ou a que apenas leu sobre diferentes técnicas da confeitaria e nunca pisou em uma cozinha para tentar executá-las?

As ideias de Davydov (1988) para o ensino nas escolas se assemelha a mãe que mostrou as receitas para a filha e incentivou e supervisionou para fazer sozinha. Para ele, apenas ouvir como se faz, não é suficiente para que o aluno se aproprie do conhecimento, pois se não vive o processo, o que aprendeu fica apenas no nível da memória.

[...] esperava da escola que ensinasse aos alunos a orientarem-se com autonomia na informação científica e em qualquer outra esfera do conhecimento, ou seja, que os ensinassem a pensar dialeticamente mediante um ensino que impulsionasse o desenvolvimento mental” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 315, apud SOUSA, 2017, p. 31).

Assim como para Vygotsky na teoria histórico-cultural, Davydov (1988) defende que a educação e o ensino são fatores fundamentais na formação do desenvolvimento humano e esses processos então ligados com as interações que o indivíduo tem com a cultura a qual está inserido.

Assim como na teoria que fundamentou o ensino desenvolvimental, o aprendizado ocorre do interpessoal para o intrapessoal. Então, através da interação do sujeito com o meio social em que está inserido, ocorre a troca entre o ele e o objeto de conhecimento.

[...] compreende-se que a atividade mental interna é estruturada na criança sob grande influência da atividade externa com os outros e com os objetos da cultura, num processo de comunicação compartilhada. Por isso, o avanço autônomo e criador do pensamento só é possível sobre a base da experiência histórica que, nesse processo, vai sendo interiorizada [...] (FREITAS; LIMONTA, 2012, p. 619, apud SOUSA, 2017, p. 36).

Como cita Sousa (2017, p. 36), “Para Davydov (1988), o processo de interiorização do sujeito está relacionado diretamente aos indivíduos sociais cujas funções são concebidas inicialmente no coletivo transformando assim em funções mentais de personalidade do indivíduo”.

Para Davydov (1988), a escola tem o papel de ensinar conceitos científicos e conhecimentos teóricos que não fazem parte do convívio dos alunos. Por exemplo, se perguntar para uma criança o que é um gato, ela provavelmente descreverá como um animal peludo, com quatro patas, um rabo longo, bigodes finos e compridos, talvez até indique que é um mamífero. Mas essas informações não são exclusivas do gato, outros felinos possuem essas características. Esse conhecimento superficial e externo é chamado de empírico. A escola tem o papel de ensinar conhecimentos teóricos, conceitos interiorizados, onde a partir de informações como a qual reino, filo, classe, ordem, família, gênero e espécie os gatos fazem parte, além de características como peso, alimentação, comportamento, é importante que o aluno saiba descrever as características detalhadas do animal, diferenciando de outros animais, assim, podemos dizer o que o aluno se apropriou do objeto.

Mas para ensinar conhecimentos teóricos, é importante que o professor tome como ponto de partida o conhecimento empírico que os alunos já possuem para que possam assimilar novos conceitos. Davydov (1988) defende que a escola e os conhecimentos científicos, éticos, estéticos e técnicos são os principais meios de promoção do desenvolvimento psicológico e sociocultural das crianças.

O ensino organizado e sistematizado que é oferecido nas escolas é importante não apenas na transmissão da cultura humana historicamente acumulada, mas também é através dele que forma-se nas crianças funções psicológicas como memória, consciência, atenção e reflexão, isso porquê esse ensino exige condições mentais que fazem com que os alunos estendam sua capacidade de pensamento.

Um ponto importante para ressaltarmos nessa teoria é que a cada conteúdo a ser estudado, o professor deve pensar em ações que tornem possíveis a obtenção do conhecimento. Para isso, é importante que conheça bem o conteúdo para que construa tarefas que instiguem os alunos a buscarem formas de compreender o que está sendo ensinado através dos conceitos presentes no conteúdo e da investigação científica.

Ao elaborar uma atividade, o professor tem que levar em consideração as características sociais, psicológicas e culturais dos alunos, não desprezando o conhecimento empírico que possuem, mas apoiando-se neles para obterem um conhecimento teórico. Para isso, Davydov, segundo Freitas e Limonta (2014, apud SOUSA, 2017, p. 41), estabeleceu 5 ações, além da avaliação, para que o professor se baseie para elaborar suas atividades que serão aplicadas aos alunos.

1 - *Transformação dos dados da tarefa e identificação da relação universal do objeto estudado.* Aqui o objetivo dos alunos deve ser descobrir a relação principal do objeto, em que se reflete o seu conceito teórico e que serve como base genética e fonte de todas as características e peculiaridades do objeto. 2. *Modelação da relação encontrada em forma objetivada, gráfica ou literal.* Consiste na criação de um modelo representativo da relação universal, expresso em forma literal, gráfica ou objetivada e que será utilizado posteriormente na análise do objeto. 3. *Transformação do modelo para estudar suas propriedades.* Por meio desta ação, os alunos estudam as propriedades da relação universal do objeto como tal, em seu aspecto concreto e não apenas abstrato, extraindo as múltiplas manifestações particulares do objeto. 4. *Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral.* Os alunos agora realizam várias tarefas particulares, variantes da tarefa inicial, utilizando, para isto, o mesmo procedimento geral adotado nas ações anteriores. 5. *Controle (ou monitoramento) da realização das ações anteriores.* É a ação de assegurar a realização plena e a execução correta das operações que compõem toda a tarefa. Os alunos refletem conscientemente sobre suas ações, sobre o caminho de seu pensamento, visando ao cumprimento do objetivo. Finalmente, o professor e os alunos avaliam a solução da tarefa a fim de verificar a aprendizagem do procedimento geral.

É importante que na hora de elaborar uma atividade o professor leve em consideração que o interesse em aprender um assunto está ligado com a motivação para realizar determinada tarefa, como cita Freitas e Limonta (2012, p. 82), “que a aprendizagem do conceito se realiza impulsionada por um motivo pessoal para aprender” (apud SOUSA, 2017, p. 41).

Davydov (1988) defende que a aprendizagem ocorre do abstrato para o concreto. Mas abstrato e concreto, nessa reflexão dialética marxista, não tem o mesmo sentido que estamos acostumados a ver, onde o primeiro é algo que se relaciona com a teoria e o segundo com algo palpável. Se assim fosse, o caminho da aprendizagem seria o oposto. Entenderemos, então, abstrato e concreto como objetos de pensamento. Segundo Libâneo (2006, p. 3, apud SOUSA, 2017, p. 42),

O concreto é o que realmente existe. Mas, o que realmente existe não pode ser confundido com o que é perceptível aos órgãos dos sentidos. O concreto pensado é o real com atribuições de significado, feito pelo nosso pensamento. A abstração é a mediação que faz o nosso pensamento para passar de um concreto empírico para o concreto pensado. Por isso se diz: “ascensão do abstrato ao concreto”. A relação concreto-abstrato não tem mão única, é um movimento da nossa mente. Os idealistas vão do abstrato para o concreto. Os empiristas (positivistas) vão do concreto para o abstrato. No método dialético, o concreto é ponto de partida e ponto de chegada, com a mediação do abstrato. De certo nível de concretude se passa a outros níveis de concretude, pela abstração.

Então, para que o sujeito possa abstrair o conteúdo, ele deve compreendê-lo primeiro de uma forma geral (abstrata) e percorrer por esse caminho para compreender sua forma individual (concreta). Como a transformação do pensamento abstrato para o pensamento

teórico é um ponto importante da teoria do ensino desenvolvimental, o professor deve levar em consideração dois pontos essenciais, segundo Sousa (2017, p. 42-43):

as ações mentais a serem realizadas na tarefa oferecida pelo professor deverão ser inicialmente coletivas e, depois, individuais. Esta ação proposta segue a direção do abstrato, para o particular (concreto) (FREITAS; LIMONTA, 2011). Na atividade, o professor deve procurar formas de reproduzir a essência do objeto de tal forma que o aluno compreenda as particularidades do objeto retratando o caminho inverso do concreto para o abstrato.

Desse modo, compreendemos que primeiro os alunos aprendem o conteúdo de forma geral, e só depois aprendem situações particulares em diferentes contextos.

O objetivo da atividade elaborada pelo professor é fazer com que o aluno se aproprie do núcleo do conteúdo e entenda porque aquilo que está sendo ensinado funciona e quando compreende isso, percorre o caminho do abstrato para o concreto, e assim, forma conceitos e compreende melhor o que é estudado e consegue aplicar o que foi aprendido em diversas situações.

Quando os alunos começam a usar a abstração e a generalização iniciais como meios para deduzir e unir outras abstrações, eles convertem as estruturas mentais iniciais em um conceito, que representa o “núcleo” do assunto estudado. Este “núcleo” serve, posteriormente, às crianças como um princípio geral pelo qual elas podem se orientar em toda a diversidade do material curricular factual que têm que assimilar, em uma forma conceitual, por meio da ascensão do abstrato ao concreto. (DAVYDOV, 1988, p. 22, apud SOUSA, 2017, p. 43).

Um dos pontos principais que despertam o interesse dos alunos sobre determinado conteúdo é conhecer sua história e sua importância e aplicação na sociedade. É importante que o professor conheça a história dos objetos de estudo que serão apresentados, pois assim é possível transmitir aos alunos, permitindo que eles estabeleçam suas próprias relações, formando seu próprio pensamento.

3 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO DAS FRAÇÕES

O surgimento das frações se dá por volta de 3000 a.C. no antigo Egito, onde a população se desenvolvia às margens do rio Nilo. As terras eram marcadas e distribuídas para alguns agricultores privilegiados e na época de chuva, uma vez ao ano, o rio enchia e inundava a área ao longo de suas margens, fertilizando a terra e apagando as marcações que havia ali. Quando o volume de água voltava ao normal, era necessário marcá-las novamente. Os agrimensores da época estiravam cordas marcadas com nós que indicavam uma medida e verificavam quantas vezes essa medida cabia no terreno.

Mas muitas vezes essas medidas não cabiam igualmente nos lados medidos, então houve a necessidade de criar um número que representasse essas medidas não exatas: os números fracionários. Naquela época utilizavam apenas frações unitárias e os cálculos que as envolviam eram complicados devido o sistema de numeração que adotavam.

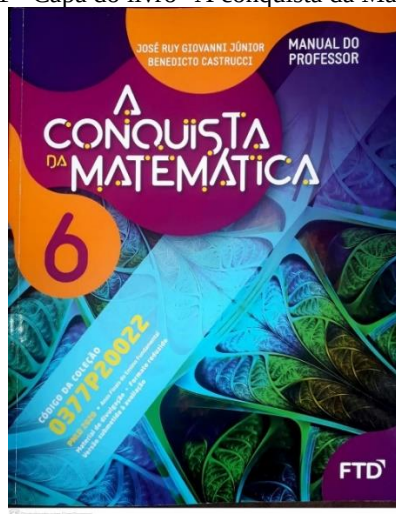
As frações estão muito presentes em diversas situações do dia a dia e são muito importantes para resolução de diversos cálculos, portanto aprendê-las com eficácia nas escolas é de extrema importância para que os alunos saibam lidar com situações reais que, com certeza, irão vivenciar.

Veremos, a seguir, com base em dois livros didáticos, como as frações são ensinadas no 6º ano do ensino fundamental.

3.1 COMO OS LIVROS DIDÁTICOS APRESENTAM AS FRAÇÕES

Foram analisados dois livros de 6º ano de duas coleções (ambos manuais do professor): “A conquista da Matemática” de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (2018) e “Matemática Bianchini” de Edwaldo Bianchini (2018). O objetivo dessa pesquisa é tomar conhecimento de como as frações são apresentadas nos livros e fazer algumas observações a respeito do que poderia ser feito para melhorar o ensino-aprendizagem. A seguir apresentamos as capas dos livros citados

Figura 1 - Capa do livro "A conquista da Matemática"



Fonte 1 – GIOVANNI JUNIOR; CASTRUCCHI (2018)

Figura 2 - Capa do livro "Matemática Bianchini"



Fonte 2 – BIANCHINI (2018)

3.1.1 A conquista da matemática

Nas notas de apoio do livro de 6º ano de Giovanni Júnior e Castrucci é citado ideias de Vygotsky e Freinet que “destacam a importância do apoio visual como facilitador no processo de aprendizagem” (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCHI, 2018, p. 133). O capítulo se inicia com uma sequência de imagens mostrando uma atividade realizada com mosaicos e sugere que o professor peça para os alunos expressarem o que entenderam apenas observando as figuras antes de lerem o texto que as acompanham.

Figura 3 - Etapa 1 da atividade com mosaico



Fonte 3 – GIOVANNI JUNIOR; CASTRUCCI (2018, p. 130)

Figura 4 - Etapas 2 e 3 da atividade com mosaico



Fonte 4 – GIOVANNI JUNIOR; CASTRUCCI (2018, p. 131)

Depois de observar as figuras e especular hipóteses, podem comparar o que foi levantado por eles e as informações que o texto apresenta, a fim de que os alunos percebam as frações como parte de um todo. Ao decorrer das explicações, são dadas situações problemas corriqueiras com exemplos resolvidos e exercícios de fixação.

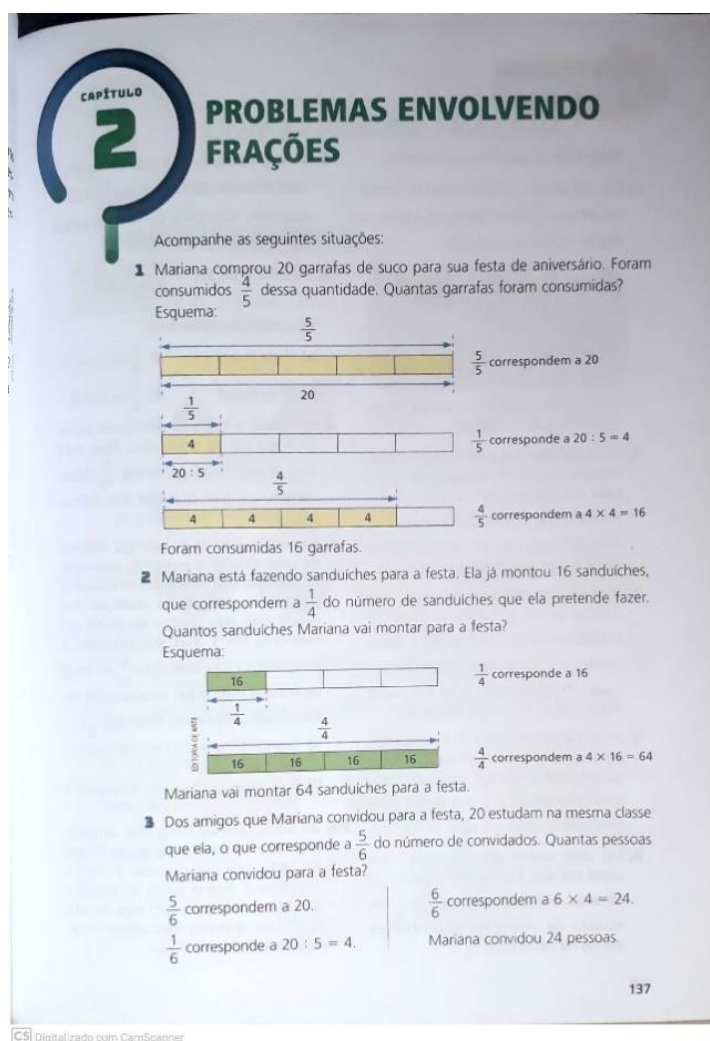
O livro traz um conceito histórico da Matemática para destacar a origem das frações com os egípcios a partir da necessidade de resolver problemas cotidianos, como medição de terras, e sugere “resgatar com os alunos os conhecimentos que já possuem acerca das frações,

para assim aproximar ou relembrar conceitos estudados anteriormente.”(GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 132). Aconselha, ainda, que o professor leve discos de cartolina para que os alunos experienciem melhor algumas questões propostas.

É ensinado a ler e escrever por extenso as frações e traz para o professor uma atividade complementar, onde sugere que os alunos vão dobrando uma folha de papel sulfite e observando as marcações por três vezes, até que ao abri-la esteja dividida em oito partes iguais, para “levá-los a identificar e representar as situações em que surgem as frações”(GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p.134). É interessante observar que as folhas podem ser dobradas por mais de uma maneira diferente e representar as mesmas partes dela toda.

O livro apresenta situações problemas interessantes, onde poderia ser um espaço destinado para que os alunos, guiados pelo professor, pensassem e chegassem a uma conclusão de como encontrar a resposta ao que se pede, mas todo esse rico processo é perdido quando o próprio autor resolve as questões.

Figura 5 - Exemplos resolvidos disponibilizados pelo livro



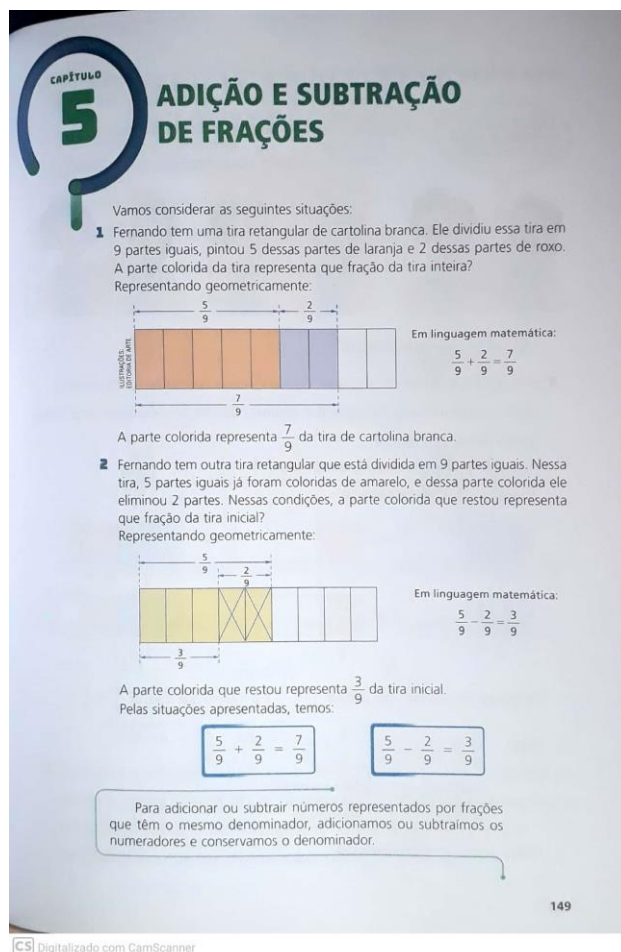
Fonte 5 – GIOVANNI JUNIOR; CASTRUCCI (2018, p. 137)

Quando inicia a parte de comparação de frações, sugere que o professor utilize o tangram para facilitar a percepção da fração correspondente a cada peça do jogo, ou até mesmo os discos de cartolina recomendados anteriormente para representar as partes cortadas de uma pizza ou pintadas de um disco, de modo que também percebam quando uma fração é menor que outra e quando são equivalentes, representando a mesma quantidade. Segue a mesma linha de apoio visual para trabalhar simplificação de frações.

Antes de iniciar com as operações de soma e subtração, o autor apresenta o conceito de encontrar frações equivalentes, como multiplicar ou dividir seus termos pelo mesmo número, pois a partir daqui, serão necessários para realizar operações em que os denominadores são diferentes, porque inicialmente não trabalham com o mínimo múltiplo comum e sim com redução ao mesmo denominador.

Com figuras e contas resolvidas o livro mostra que ao somar e subtrair frações com denominadores iguais basta efetuar a operação com o numerador e conservar o denominador, pois é como se essas frações se referissem a um mesmo objeto dividido em partes iguais, então torna-se fácil somar e subtrair.

Figura 6 - Exemplos de operações de frações com mesmo denominador



Fonte 6 – GIOVANNI JUNIOR; CASTRUCCI (2018, p. 149)

Para trabalhar com soma e subtração de frações com denominadores diferentes, o livro representa geometricamente que elas podem ser reduzidas ao mesmo denominador se dividirmos a figura de uma nova forma e propõe uma atividade complementar ao professor para ampliar o trabalho com essas operações, onde são usados vários discos de papel em diferentes formas, como inteiros com centro demarcado, divididos ao meio, em três e seis partes, em quatro e oito, e em cinco e dez partes, sempre iguais, e propor aos alunos a formarem um inteiro, perguntar quantas metades formam um inteiro e outras questões do tipo.

Apresenta as frações na forma mista com um exemplo, onde a ilustração de uma menina diz que seu pai colheu 3 abacaxis e depois que ela os descascou, cortou cada um em

três pedaços iguais e comeu uma parte de um dos abacaxis, então pergunta quanto restou da fruta (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 157) . O próprio autor desenvolve essa questão, onde expõe como o resultado pode ser representado e como se lê frações desse tipo. O objetivo do capítulo “é levar os alunos a identificar, interpretar e utilizar a forma mista de uma fração, reconhecer uma fração imprópria e ser capaz de transformar a forma mista em fração imprópria e vice-versa.” (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p.157).

Segue trabalhando com as frações e a porcentagem, onde apresenta um pequeno texto que traz informações a respeito do tabagismo no Brasil, onde trata de dados percentuais e apresenta a porcentagem como um número dividido por 100, na forma $\frac{a}{100}$. O autor sugere que o professor trabalhe com os alunos com o Material Dourado⁵.

Pedir aos alunos que montem um quadrado com 10 unidades de lado utilizando os cubinhos. Depois pedir que dividam o quadrado em dois retângulos iguais, e fazer perguntas como: “Que fração representa cada retângulo comparado com o quadrado inicial?”, “Cada retângulo representa quantos por cento do quadrado inicial?”. (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p.162)

Mostra também algumas figuras de círculos para representar a quantidade que uma porcentagem representa do todo e traz um exemplo resolvido de uma situação em que é necessário encontrar a porcentagem de um número.

Figura 7 - Exemplo resolvido de porcentagem de um número

⁵ O Material Dourado é um dos muitos materiais idealizados pela médica e educadora italiana Maria Montessori para o trabalho com matemática. 1 cubinho representa 1 unidade; 1 barra equivale a 10 cubinhos (1 dezena ou 10 unidades); 1 placa equivale a 10 barras ou 100 cubinhos (1 centena, 10 dezenas ou 100 unidades); 1 cubo equivale a 10 placas 1000 ou 100 barras ou 1000 cubinhos (1 unidade de milhar, 10 centenas, 100 dezenas ou 1000 unidades). Disponível em: http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/private/material_dourado.htm. Acesso em 05 nov. 20

Observe a seguinte situação:

1 O comércio Hora da Esfirra, em Alegrete, faz muito sucesso. Em um sábado foram vendidas 500 esfirras. Sabe-se que 27% dessa quantidade era de queijo. Quantas esfirras de queijo foram vendidas nesse sábado?

$27\% \text{ de } 500 = 27 \times \frac{1\% \text{ de } 500}{100}$

$\rightarrow 500 : 100 = 5$

$27\% \text{ de } 500 = 27 \times 5 = 135$

Foram vendidas 135 esfirras de queijo.

162

CS Digitalizado com CamScanner

Fonte 7 – GIOVANNI JUNIOR; CASTRUCCI (2018, p.162)

A unidade se encerra com probabilidade. O conteúdo é apresentado de forma bem superficial, apenas para que possam ter noção de que a probabilidade de ocorrência de um evento é calculada através de uma fração. É exposta uma questão, onde inicialmente as perguntas são resolvidas sem cálculo, apenas com observações e em seguida são mostradas algumas situações em que as frações são usadas para encontrarmos a solução, como mostrado abaixo.

Figura 8 - Exercícios resolvidos de probabilidade

CAPÍTULO 8 PROBABILIDADE

PENSE E RESPONDA Resoluções na p. 311

Responda às questões no caderno.

1. Márcia vai colocar em um estojo estas fichas:

15	20	13	35	50
21	40	25	30	5

a) Observe as fichas e responda:

- Quantas fichas são ao todo? **10 fichas.**
- Em quantas fichas está escrito um número múltiplo de 5? **8 fichas.**
- Em quantas fichas há números que não são múltiplos de 5? **2 fichas.**

b) Se Márcia pegar, ao acaso, sem olhar, uma dessas fichas, é mais provável pegar uma ficha com um número múltiplo de 5 ou uma ficha com um número que não é múltiplo de 5? **Uma ficha com um número múltiplo de 5.**

Considere as seguintes situações:

1 Guilherme e Carlos vão disputar no par ou ímpar quem vai escolher o filme a que vão assistir. Guilherme pediu par, e Carlos, ímpar. Qual é a probabilidade de o resultado ser par? Por quê?
Podemos dizer que a **probabilidade** de o resultado ser par é de **1 em 2**, ou seja, $\frac{1}{2}$. Também podemos dizer que a probabilidade de o resultado ser ímpar é $\frac{1}{2}$. Isso significa que a probabilidade de resultado par é igual à probabilidade de resultado ímpar.

2 Vitor colocou em uma caixa 8 bolas de gude coloridas de mesmo tamanho, sendo 5 amarelas e 3 azuis. Se ele pegar uma bola qualquer, qual a probabilidade de a bola ser amarela?
A probabilidade de a bola ser amarela é de **5 em 8**, ou seja, $\frac{5}{8}$.

Pelas situações apresentadas, é possível determinar a **probabilidade** de um evento expressando esse valor por meio de uma **fração**; essa fração é denominada **probabilidade** de ocorrência do evento.

164

CS Digitalizado com CamScanner

Fonte 8 – GIOVANNI JUNIOR; CASTRUCCI (2018, p. 164)

Este livro foi elaborado acompanhando a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Observando o documento, encontramos um objeto de conhecimento a ser trabalhado que diz: “Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações” (BNCC, 2018, p. 300). Dessa forma, a multiplicação, e consequentemente a divisão, só são vistas no 7º ano dessa coleção.

3.1.2 Matemática Bianchini

A coleção “Matemática Bianchini” sugere várias atividades complementares no início do livro para que o professor use durante as aulas, diferenciando do outro livro, que coloca essas sugestões ao longo do capítulo na parte de orientações didáticas.

Apresenta fração através de informações reais, que não se constituem como problemas, como desmatamento do cerrado e parte visível de um *iceberg*, e mostra como pode representar medidas não inteiras, como quantos passos cabem em uma calçada, e sempre apresenta exercícios propostos para fixação do conteúdo após explicar um conceito.

Assim como no livro anterior, Bianchini (2018) apresenta vários conceitos das frações antes de iniciar com as operações. Ao ensinar o aluno como se lê as frações, o autor apresenta de forma mais detalhada e rica em exemplos, pois apresenta um quadro explicativo e situações como mostrados abaixo:

Figura 9 - Explicação do livro de como se lê as frações

Todo número que pode ser representado na forma de fração $\frac{a}{b}$, em que a e b são números naturais, com $b \neq 0$, é um **número racional**.

Para indicar uma fração, usamos um traço horizontal e dois números, chamados de **termos** da fração.

O termo que fica abaixo do traço é o **denominador**. Ele indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido.

O termo localizado acima do traço é o **numerador**. Ele indica quantas partes do inteiro foram tomadas.

Veja um exemplo.

$\frac{2}{3}$

numerador → indica o número de partes consideradas do inteiro.

denominador → indica o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido.

Os números 2 e 3 são os termos da fração $\frac{2}{3}$.

Como se leem as frações

A leitura das frações é feita assim: primeiro, lemos o numerador; depois, o denominador. Para o denominador, são adotados alguns nomes especiais. Observe.

Se o denominador for:	2	3	4	5	6	7	8	9
Lemos:	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono

Veja alguns exemplos.

a) $\frac{1}{2}$ → um meio d) $\frac{3}{4}$ → três quartos

b) $\frac{2}{3}$ → dois terços e) $\frac{4}{9}$ → quatro nonos

c) $\frac{5}{6}$ → cinco sextos f) $\frac{1}{8}$ → um oitavo

O numerador numera, isto é, dá a quantidade de partes. O denominador denomina, isto é, dá o nome da parte.

Se o denominador for:	10	100	1.000	...
Lemos:	décimo	centésimo	milésimo	...

Observe alguns exemplos.

a) $\frac{3}{10}$ → três décimos b) $\frac{8}{100}$ → oito centésimos

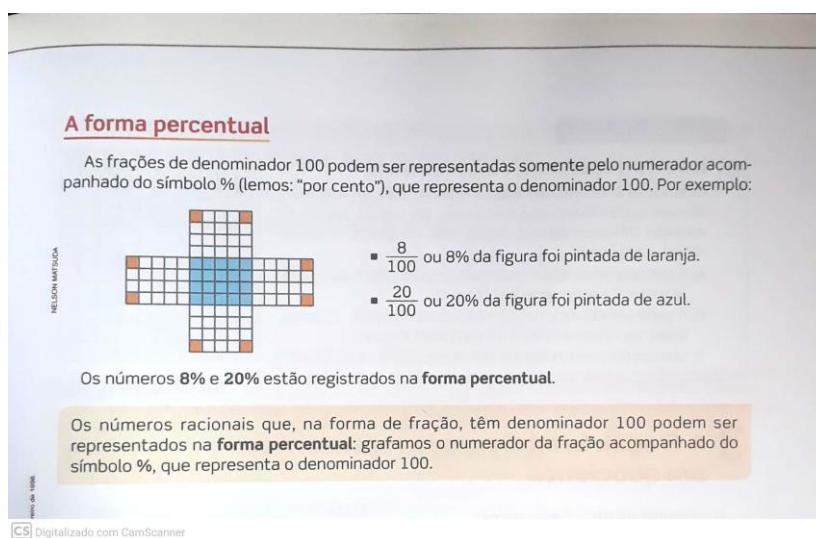
Quando o denominador não for nenhum dos números indicados aqui, lemos o denominador acompanhado da palavra **avos**. Veja alguns exemplos.

a) $\frac{1}{12}$ → um doze avos b) $\frac{3}{20}$ → três vinte avos

CAPÍTULO 7 | NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DE FRAÇÃO 151

O livro trabalha com a porcentagem de forma mais enxuta que a coleção vista anteriormente. Apresenta uma figura com vários quadradinhos, alguns pintados e outros em branco, para mostrar que a forma fracionária é uma fração que tem como denominador o número 100. Sugere ao professor a trabalhar com materiais manipuláveis, como Material Dourado, malhas quadriculadas, discos de papel, mas não sugere especificamente uma atividade complementar que possa ser realizada pelo professor.

Figura 10 - Explicação de porcentagem

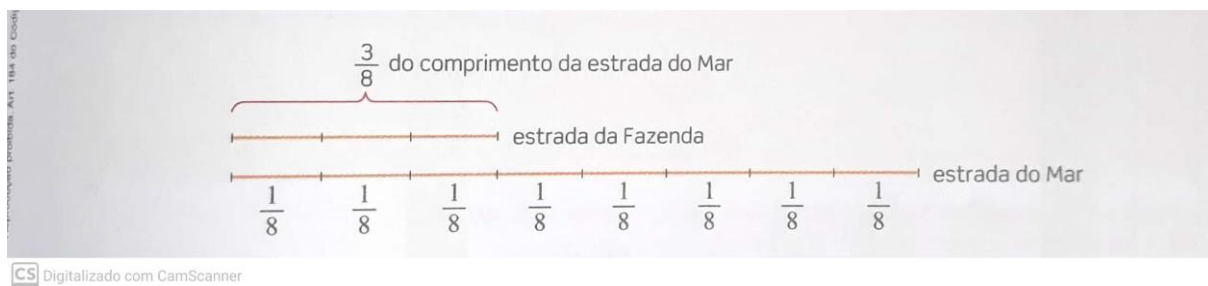


Fonte 10 – BIANCHINI (2018, p. 155)

Em seguida, nos traz duas situações em que mostra que “uma fração pode representar o quociente de seu numerador pelo seu denominador.” (BIANCHINI, 2018, p. 157), e uma dessas situações, em que uma professora distribui 5 folhas de papel sulfite para 3 alunos, apresenta a fração mista, que é estudada mais detalhadamente nas páginas seguintes, onde mostra como transformar uma fração imprópria em mista e vice-versa.

Apresenta a fração como uma razão com situações resolvidas, como uma que diz: “O comprimento da estrada da Fazenda é $\frac{3}{8}$ do comprimento da estrada do Mar. Sabendo que a estrada da Fazenda tem 72 quilômetros, qual é o comprimento da estrada do Mar?”. Disponibiliza o esquema mostrado abaixo:

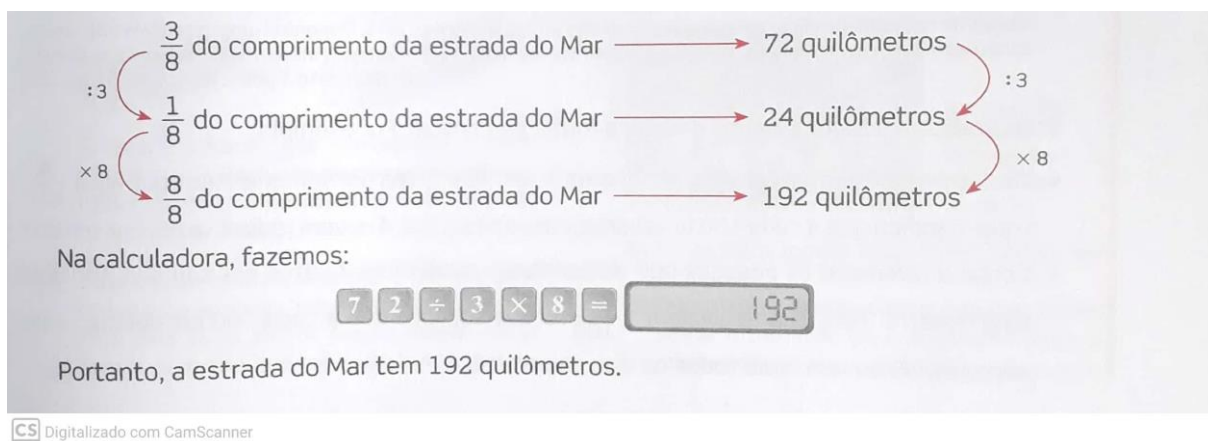
Figura 11 - Representação do exemplo citado



Fonte 11 – BIANCHINI (2018, p.161)

Prosseguindo com a resolução: “Assim, para saber quantos quilômetros representam $\frac{1}{8}$ do comprimento da estrada do Mar, basta dividir o valor que representa $\frac{3}{8}$ desse mesmo comprimento por 3. E depois, para obter o comprimento total da estrada do Mar, basta multiplicar o valor que representa $\frac{1}{8}$ por 8. Veja:”

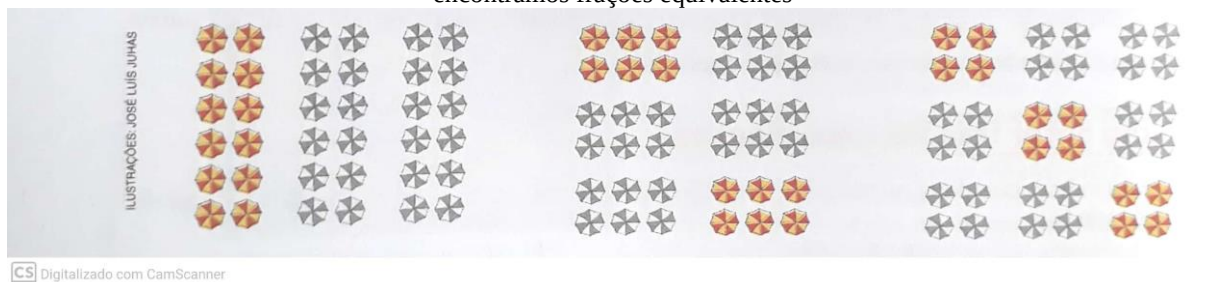
Figura 12 - Esquema para resolver o exemplo citado



Fonte 12 – BIANCHINI (2018, p. 161)

Para falar de frações equivalentes e como encontrá-las, o livro nos mostra figuras e exemplos, onde é possível observar que quando multiplicamos tanto o numerador quanto o denominador pelo mesmo número, essas novas frações continuam representando a mesma parte do todo, mas dividida em formas diferentes.

Figura 13 - Exemplo que mostra a mesma quantidade de sobrinhas organizadas de formas diferentes conforme encontramos frações equivalentes



Fonte 13 – BIANCHINI (2018, p .166)

Já para simplificar as frações, o livro nos mostra que devemos encontrar um número natural que divide tanto o numerador como denominador por números exatos, se isso não for possível, encontramos uma fração irredutível.

O livro apresenta novas situações para que os alunos aprendam a comparar frações. Através de figuras podemos observar que comparar frações com denominadores iguais é bem simples, basta analisar o numerador, mas quando os denominadores são diferentes, é necessário dividir a figura de forma diferente, ou seja, encontrar uma fração equivalente para que se reduzam a um mesmo denominador. Ainda nesse assunto, nos mostra que para deixar as frações com um denominador comum, podemos multiplicar os denominadores diferentes e “para obter os novos numeradores, multiplicamos os numeradores pelos mesmos números que multiplicamos os denominadores.” (BIANCHINI, 2018, p. 173). Por exemplo, para encontrar frações equivalentes a $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$ que possuem o mesmo denominador, podemos multiplicar 5×4 , mas devemos também multiplicar 2×4 na primeira fração e 3×5 na segunda fração, obtendo $\frac{8}{20}$ e $\frac{15}{20}$, respectivamente. Aqui podemos notar a ideia do mínimo múltiplo comum, mas o livro não apresenta explicitamente como ele é feito.

No capítulo seguinte, Bianchini (2018, p. 176-177) inicia as operações com números fracionários com informações a respeito das espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção. Os dados são divididos em dois gráficos de setores: “Distribuição por bioma das espécies da fauna ameaçadas de extinção (2011)” e “Distribuição por grupos biológicos das espécies da fauna ameaçadas de extinção (2011)”. A partir desses dados o livro introduz a soma e subtração de frações, disponibilizando figuras e permitindo o aluno observar que quando realiza essas operações com denominadores iguais, basta conservar o denominador e resolver os numeradores, pois como o denominador é o mesmo, se trata de um único inteiro dividido em partes iguais.

Para resolver as frações com denominadores diferentes, mostra através de exemplos resolvidos que se deve retornar ao conteúdo de frações equivalentes para reduzi-las a um mesmo denominador e conseguir operar facilmente e incentiva a representar as informações em figuras para facilitar a visualização por parte do aluno, como na situação mostrada abaixo.

Figura 14 - Exemplo resolvido de soma e subtração de frações com denominadores diferentes (1)

Mônica resolveu usar seu 13º salário para comprar alguns presentes de Natal. Com $\frac{2}{5}$ do 13º salário ela comprou uma televisão, com $\frac{1}{4}$ dele comprou um celular e com $\frac{1}{5}$ comprou roupas. Verificou, então, que ainda lhe restavam 450 reais. Nessas condições, qual é o valor do 13º salário de Mônica?



Inicialmente, vamos calcular a fração do 13º salário que representa o total gasto por Mônica.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{17}{20}$$

gasto com a televisão gasto com o celular gasto com roupas gasto total

184 CAPÍTULO 8 OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DE FRAÇÃO

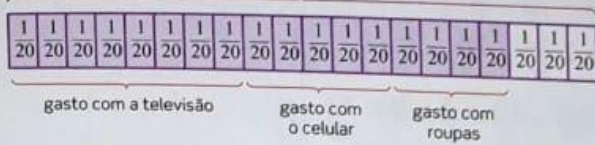
CS Digitalizado com CamScanner

Fonte 14 – BIANCHINI (2018, p. 184)

Figura 15 - Exemplo resolvido de soma e subtração de frações com denominadores diferentes (2)

Agora, observe esta figura, que representa o 13º salário de Mônica.

13º salário



Os 450 reais que sobraram podem ser representados pela fração $\frac{3}{20}$, que foi obtida pela subtração $\frac{20}{20} - \frac{17}{20}$. Então:

- $\frac{3}{20}$ do 13º salário → 450 reais
- $\frac{1}{20}$ do 13º salário → 150 reais (450 : 3)
- $\frac{20}{20}$ do 13º salário → 3.000 reais (150 · 20)

Portanto, Mônica recebeu 3.000 reais de 13º salário.

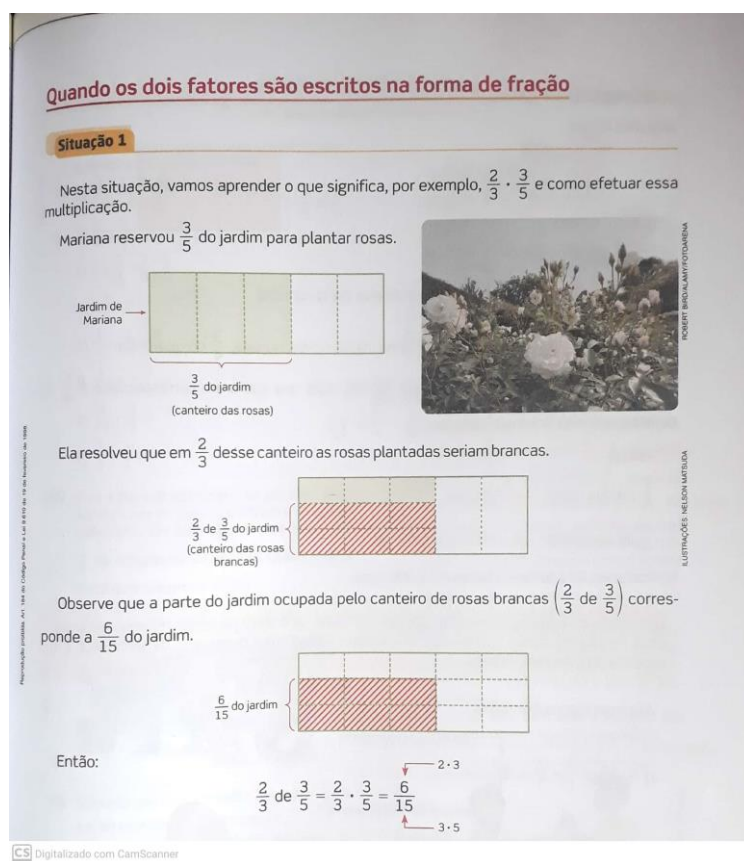
Fonte 15 – BIANCHINI (2018, p. 185)

Diferente do livro anterior, Bianchini trabalha ainda nessa série com multiplicação e divisão de frações, como normalmente vemos, mesmo estando de acordo com a BNCC. Nesse documento encontramos um objeto de conhecimento a ser estudado, referente ao 6º ano, que indica trabalhar as “Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais” (BNCC, 2018, p. 300), então acreditamos que fique a critério do autor decidir como irá criar a sua obra.

Ensina a multiplicar frações com números naturais através de situações resolvidas, como uma em que a personagem encomendou 4 bandejas de doces para seu aniversário e organizou de forma que $\frac{2}{5}$ dos doces de cada bandeja fossem beijinhos e o restante brigadeiros. Observando as imagens das bandejas com os doces, notamos que $\frac{8}{5}$ representa a quantidade de beijinhos, ou seja, $\frac{2}{5}$ de 4 bandejas representam $\frac{8}{5}$ desses doces. Como qualquer número natural pode ser representado com o denominador 1, temos que $\frac{2}{5} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{5}$. Então, se a personagem decidir agrupar todos os beijinhos em uma bandeja só, usaria mais de uma bandeja, pois o resultado da multiplicação foi uma fração imprópria que pode ser escrito como $1\frac{3}{5}$.

Quando ambos os fatores são frações, o livro mostra situações ilustradas onde podemos notar implicitamente que o resultado da multiplicação entre duas frações é a intersecção da sobreposição das figuras que representam essas frações. Através da resolução dos exemplos, observamos que para encontrar o resultado da multiplicação entre duas frações basta multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador.

Figura 16 - Exemplo e desenhos representando a multiplicação entre frações



Fonte 16 – BIANCHINI (2018, p. 191)

Apresenta também a situação em que “uma fração tem como numerador o denominador da outra e como denominador o numerador da outra.” (BIANCHINI, 2018, p. 194). O produto dessas frações é igual a 1 e são chamados de números inversos. O livro ressalta ao professor que trabalhar com esses números “prepara os alunos para compreenderem cálculos de divisão envolvendo números racionais na forma de fração.” (BIANCHINI, 2018, p. 195) e orienta a trabalhar com ditados, onde o professor dita uma fração e os alunos anotam seu inverso, ou jogo da memória, em que os pares corretos são frações inversas.

Na divisão, o autor nos mostra que “dividir um número na forma de fração por um número natural é equivalente a obter uma parte de outra parte” (BIANCHINI, 2018, p. 196). Quando o dividendo é uma fração e o divisor é um número natural, basta multiplicar a primeira fração pelo inverso do número natural. O mesmo ocorre quando o dividendo é um número natural e o divisor é uma fração.

De acordo com o autor, “o quociente de um número escrito na forma de fração por outro diferente de zero é obtido multiplicando-se o primeiro pelo inverso do segundo.”

(BIANCHINI, 2018, p.198). Isso fica fácil observar com os exemplos ilustrados que o livro oferece.

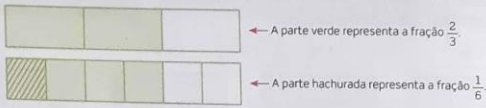
Figura 17 - Exemplos de como resolver divisão entre frações

Quando a divisão envolve números racionais na forma de fração

Nos exemplos anteriores, estudamos a divisão envolvendo números racionais na forma de fração e números naturais.

Agora, vamos estudar a divisão entre dois números escritos na forma de fração.

Vamos dividir $\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{6}$ com o auxílio de figuras. Para isso, verificamos quantas vezes $\frac{1}{6}$ cabe em $\frac{2}{3}$.



← A parte verde representa a fração $\frac{2}{3}$

← A parte hachurada representa a fração $\frac{1}{6}$

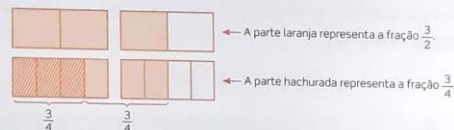
As figuras mostram que $\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$, ou seja, $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$.

Assim como nos exemplos anteriores, obtemos esse quociente multiplicando $\frac{2}{3}$ pelo inverso de $\frac{1}{6}$:

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{12}{3} = 4$$

Veja outro exemplo.

Vamos dividir $\frac{3}{2}$ por $\frac{3}{4}$, isto é, vamos calcular quantas vezes $\frac{3}{4}$ cabem em $\frac{3}{2}$.



← A parte laranja representa a fração $\frac{3}{2}$

← A parte hachurada representa a fração $\frac{3}{4}$

As figuras mostram que $\frac{3}{4}$ cabem 2 vezes em $\frac{3}{2}$, ou seja, $\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = 2$.

Também obtemos esse quociente multiplicando $\frac{3}{2}$ pelo inverso de $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{6} = 2$$

O quociente de um número escrito na forma de fração por outro diferente de zero é obtido multiplicando-se o primeiro pelo inverso do segundo.

Veja mais alguns exemplos.

a) $\frac{4}{3} : \frac{2}{1} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{10}{1} : \frac{3}{9} = \frac{10}{1} \cdot \frac{9}{3} = \frac{90}{3} = 30$

c) $\frac{3}{4} : \frac{5}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

d) $1 \frac{2}{3} : \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = 1$

198 CAPÍTULO 8 | OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DE FRAÇÃO

Fonte 17 – BIANCHINI (2018, p. 198)

O livro trabalha ainda com potenciação e expressões numéricas envolvendo frações e apresenta timidamente o cálculo de porcentagem. O capítulo se encerra com exercícios complementares dos últimos assuntos estudados.

3.1.3 O que podemos observar

Cada livro possui uma forma de trabalhar, suas vantagens e desvantagens. A coleção de Giovanni Júnior e Castrucci cita Vygotsky ao falar da importância do apoio visual e sugere ao longo do capítulo atividades complementares que envolvam os alunos, mas ao

resolver e responder os exemplos não permite que os escolares pensem por conta própria, perdendo a oportunidade de fazer com que vivenciem o processo.

O livro de Bianchini sugere no início do livro, na parte que apenas o manual do professor possui, diversas atividades que também podem ser usadas para envolver os alunos e complementar as aulas. Incentiva em várias ocasiões que os alunos se sentem em grupos para resolver exercícios e discutir os resultados, mas assim como o primeiro livro, disponibiliza exemplos prontos e resolvidos.

Nenhum trabalha diretamente com a proposta de Davydov (1988). Por mais que sugira as atividades e que se reúnam em grupos, não propõe inicialmente um problema a ser resolvido, o qual os alunos devem ponderar (guiados pelo professor através de perguntas e uma atividade planejada), para que tirem suas próprias conclusões e não os instiga a percorrer o caminho que o cientista percorreu e descobrir por que os métodos são válidos, como postula Davydov (1988).

Seria interessante se trouxesse um problema investigativo no início de cada novo conteúdo que instigasse os alunos a descobrir o que poderia ser feito para resolver tal situação, o que possibilitaria encontrar um modelo geral de resolução e transformar o modelo para estudar suas propriedades particulares. As imagens utilizadas nas situações-problemas são muito interessantes, através delas já seria possível o aluno refletir e tentar entender como as contas funcionam, mas ao trazer essas questões já resolvidas, limita o pensamento deles.

Convém alertarmos que embora exista comentários relacionados a Vygotsky que a aula depende da orientação teórica do professor. Sabemos que a teoria histórico-cultural ainda é incipiente na nossa cultura escolar, longe de estar inserida na educação em geral. Sendo assim, encaminhamos como sugestão o plano de aula contemplando esse aporte teórico, com a finalidade de incentivar a busca por conhecimentos relacionados por parte dos leitores que venham a ler este trabalho.

4 PLANO DE AULA BASEADO NA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

Devido o momento pandêmico que estamos vivendo, muitas escolas ainda estão de portas fechadas. No entanto, criamos um plano de aula baseado nas 6 ações que Davydov (1988) elencou para trabalhar o conhecimento em sala de aula.

Esse plano busca envolver os alunos na atividade, lançando um problema onde deverão investigar a fim de perceberem como os métodos funcionam. Se o aluno não participar do processo, apenas ouvir o que o professor mostra e reproduzir para obter nota boa na prova, o conhecimento fica apenas no nível empírico, como diria Davydov (1988), limitando a criatividade e capacidade de aplicar o que aprendeu em diferentes contextos.

MODELO DE PLANO DE ENSINO BASEADO NA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV

PLANO DE ENSINO
Nível escolar: Ensino Fundamental II
Período: 6º ano
Disciplina: Matemática
Conceito temático: Frações
Conceito de aprendizagem: O que são frações, soma e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes
Carga horária: 5 encontros de 50 minutos
Data: dd/mm/aaaa

AULA 1

Conteúdo a trabalhar: Conceito histórico, o que são e como se leem as frações.

Objetivo de ensino: Orientar os alunos a entender por que as frações foram criadas e identificar a relação geral do objeto estudado.

AÇÃO 1 - Transformação dos dados da tarefa e identificação da relação universal do objeto estudado: Aqui o aluno deverá entender a essência das frações, como o que representam, como se leem, através de uma questão investigativa.

Momento 1: Será apresentado um breve vídeo da história das frações.

Momento 2: Apresentação de um problema investigativo, onde os alunos deverão se reunir em grupo e pensar em como representar um número que indica uma medida não exata. Será possível observar se os alunos já tiveram contato com números fracionários. Discutir ao longo da aula sobre como se lê diferentes frações

Problema investigativo: “Um terreno foi dividido em três canteiros da seguinte forma: um canteiro de margaridas ocupando $\frac{1}{6}$ do terreno; um canteiro de rosas ocupando $\frac{4}{6}$ de terreno; um canteiro de violetas ocupando o restante do terreno.” (BIANCHINI, 2018, p. 180)

Será pedido aos alunos que representem essa situação por meio de uma figura e indique qual parte o canteiro de violetas ocupa.

Momento 3: Conduzir os alunos a compreenderem que o denominador indica quantas partes o terreno foi dividido e o numerador indica qual parte do terreno cada canteiro ocupa. Discutir a forma que os alunos utilizaram para representar essa situação.

Avaliação: Será feita através da forma que cada grupo resolveu a situação, observando se todos os alunos compreenderam e participaram da construção da resolução.

AULA 2

Conteúdo a trabalhar: Frações mistas, frações equivalentes, simplificação de frações.

Objetivo de ensino: Guiar os alunos para compreenderem o que são frações, frações mistas, equivalentes e simplificadas e como encontrá-las.

AÇÃO 1 - Transformação dos dados da tarefa e identificação da relação universal do objeto estudado: Aqui o aluno deverá entender o que são frações mistas, equivalentes e simplificadas, o que cada uma representa e como encontrá-las;

AÇÃO 3 - Transformação do modelo para estudar suas propriedades: Aqui o aluno deverá compreender o modelo para encontrar frações mistas, equivalentes e simplificadas para poder utilizá-los em conteúdos futuros.

Momento 1: Será apresentado dois problemas investigativos e cada aluno deverá procurar meios de resolvê-lo. Conduzi-los no processo de identificar que frações equivalentes se referem a uma mesma fração e como fazer para encontrá-las e simplificá-las para tornar irredutíveis. Também deverão entender que uma fração imprópria pode ser escrita na forma mista e como encontrá-las.

Problema investigativo 1: João e Guilherme pediram duas pizzas médias, uma para cada e de sabores diferentes. Ao recebê-las, perceberam que a pizza de João estava dividida em 8 partes e que a de Guilherme estava dividida em 4 partes. João conseguiu comer 4 pedaços, enquanto Guilherme conseguiu comer 2. Sabendo que as pizzas são do mesmo tamanho, qual dos dois amigos comeu mais? Represente essa situação por meio de figura.

Problema investigativo 2: Uma mãe possui 3 filhos e comprou 7 barras de chocolate para dividir igualmente entre eles. Como ela poderá fazer essa divisão? Com quantas barras cada filho ficará? Represente essa situação por meio de figura.

Momento 2: Observar as figuras e discutir a maneira que utilizaram para encontrar uma solução.

Avaliação: Observar se todos conseguiram chegar às soluções esperadas. A avaliação será feita através da observação das figuras que cada aluno desenvolveu e discutir o caminho que encontraram para chegar nessa solução.

AULA 3

Conteúdo a trabalhar: Operações de soma e subtração de frações com denominadores iguais

Objetivo de ensino: Conduzir os alunos a perceber que para somar e subtrair frações com denominadores iguais, mantém o denominador e opera com os numeradores, pois se trata de uma coisa que foi dividida da mesma maneira.

AÇÃO 1: Transformação dos dados da tarefa e identificação da relação universal do objeto estudado: O aluno irá perceber que para somar e subtrair frações com denominadores iguais, mantém o denominador e efetua os numeradores.

AÇÃO 2. Modelação da relação encontrada em forma objetivada, gráfica ou literal: O aluno deverá se manifestar de forma escrita, oral ou com figuras que para somar e subtrair frações com denominadores iguais, mantém o denominador e efetua os numeradores.

AÇÃO 3. Transformação do modelo para estudar suas propriedades de forma pura: O aluno deverá construir vários modelos para verificar através da semelhança que o método utilizado para operar com duas frações de denominadores iguais é válido para situações que envolvem mais frações.

AÇÃO 4. Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral: O aluno deverá resolver diversos problemas, utilizando as relações acima descritas.

AÇÃO 5: Controle (ou monitoramento) da realização das ações anteriores: Durante a realização das atividades, os alunos serão questionados para que possa garantir a participação e entendimento de todos.

Momento 1: Será feita algumas operações de soma e subtração de frações próprias com denominadores iguais no software Geogebra, em que os alunos poderão deduzir, a partir do resultado, como é feito contas desse tipo.

Momento 2: Apresentação de um problema investigativo em que os alunos individualmente tentarão chegar a uma solução. Eles deverão compreender que para operar com frações de denominadores iguais, deve-se manter o denominador e efetuar com os numeradores.

Problema investigativo: Julia comprou uma barra de chocolate e um caixinha com 8 chicletes.

. Dividiu a barra de chocolate em 8 pedaços e comeu $\frac{2}{8}$ na segunda-feira, $\frac{3}{8}$ na terça-feira e o restante na quarta-feira. Qual a quantidade de chocolate que Julia comeu na quarta-feira?

. Julia mascou $\frac{3}{8}$ dos chicletes na segunda-feira, $\frac{4}{8}$ na terça-feira e o restante na quarta-feira. Qual a quantidade de chicletes que Julia mascou na quarta-feira?

. Qual a quantidade de guloseimas que Julia consumiu na segunda e terça-feira, ao total?

Momento 3: Discutir com os alunos os caminhos que utilizaram para chegar na conclusão. Observar se os alunos primeiro somaram as guloseimas consumidas na segunda-feira e depois o que foi consumido na terça-feira e só então somaram para encontrar o total, ou se somaram tudo junto, efetuando a conta apenas uma vez.

Avaliação: Será feita através da observação e da discussão de como os alunos encontraram as soluções, atentando se todos conseguem compreender que a soma com mais de duas frações é feita da mesma forma que com duas.

AULA 4

Conteúdo a trabalhar: Operações de soma e subtração de frações com denominadores diferentes; métodos para encontrar um denominador comum entre duas ou mais frações, como MMC, encontrar frações equivalentes, “método da borboleta”.

Objetivo de ensino: Orientar os alunos para perceberem que para somar e subtrair frações com denominadores diferentes, primeiro tem que reduzi-los a um denominador comum e a aplicar os métodos estudados para obter um denominador comum entre duas ou mais frações.

AÇÃO 4. Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral: O aluno deverá utilizar o que aprendeu na aula passada, mas deverá observar que antes deve reduzir as frações ao mesmo denominador.

AÇÃO 5. Controle (ou monitoramento) da realização das ações anteriores: Serão feitas perguntas durante a execução das atividades, para que possa verificar a execução correta das operações e participação de todos os alunos.

AÇÃO 6. Avaliação da aprendizagem: Avaliar o nível de desenvolvimento dos alunos através da atividade proposta.

Momento 1: Será feita algumas operações de soma e subtração de frações próprias com denominadores diferentes no software Geogebra, em que os alunos poderão deduzir, a partir do resultado, como é feito contas desse tipo. Após deduzirem, apresentar o MMC (mínimo múltiplo comum) e o “método da borboleta”, que podem ser utilizados para reduzir os denominadores diferentes a um comum. Lembrá-los que esse processo também pode ser feito através de frações equivalentes.

Momento 2: Apresentação de um problema investigativo em que os alunos, em grupo, tentarão chegar a uma solução. Eles deverão compreender que para operar com frações de denominadores diferentes, deve primeiro reduzi-los a um denominador comum.

Problema investigativo: “Mônica resolveu usar seu 13º salário para comprar alguns presentes de Natal. Com $\frac{2}{5}$ do 13º salário ela comprou uma televisão, com $\frac{1}{4}$ dele comprou um celular e com $\frac{1}{5}$ comprou roupas. Verificou, então, que ainda lhe restavam 450 reais. Nessas condições, qual é o valor do 13º salário de Mônica?” (BIANCHINI, 2018, p. 184)

Momento 3: Discutir com os alunos os caminhos que utilizaram para chegar na conclusão observando qual método utilizaram para encontrar um denominador comum.

Avaliação: Será feita através da observação e discussão do caminho percorrido pelos alunos para encontrar a solução. Atentar de todos conseguiram atingir o conhecimento esperado.

AULA 5

Conteúdo a trabalhar: Avaliar o conhecimento adquirido pelos alunos acerca das frações.

Objetivo de ensino: Verificar se os alunos conseguem aplicar os conceitos aprendidos em situações-problema que envolvem o uso de soma e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes. Eles deverão ser capazes de interpretar e resolver situações-problemas que envolvem soma e subtração com denominadores iguais e diferentes e transmitir a resolução das questões aos demais colegas.

AÇÃO 5. Controle (ou monitoramento) da realização das ações anteriores: Verificar se os alunos participaram da atividade proposta.

AÇÃO 6. Avaliação da aprendizagem: Avaliar o nível de desenvolvimento dos alunos através da atividade proposta.

Atividade proposta: Cada aluno receberá uma situação-problema diferente dos demais. Terão um tempo para pensar e resolver em seus cadernos e deverão apresentar na lousa para a turma a resolução de sua questão.

Momento 1: Cada aluno deverá resolver sua questão.

Momento 2: Cada aluno apresentará para a turma o modo como resolveu sua questão.

Avaliação: Será feita através da participação dos alunos na atividade avaliativa proposta e na resolução das questões. Verificar a aquisição do conceito das frações por todos os alunos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde muito tempo observamos que esse ensino tradicional oferecido nas escolas já não supre as demandas que o mercado de trabalho impõe, mas agora em tempos de pandemia, em que os alunos estudam em casa, podemos notar a dificuldade que eles tem em aprender sem o professor entregar tudo pronto. Essa metodologia torna os alunos dependentes, não conseguem aplicar o que foi aprendido em outras situações parecidas, isso porque não aprenderam efetivamente, o conteúdo apenas saiu da boca do professor e entrou pelos ouvidos dos alunos, ficou apenas no nível da memória, empírico.

A metodologia proposta por Davydov (1988) busca inserir o aluno nas atividades propostas pelo professor. Ela deve ser pensada de forma que torne possível a abstração do conhecimento pelo aluno, fazendo com que ele vivencie o processo e se aproprie do núcleo do objeto de conhecimento.

É interessante como Davydov (1988) ressalta a importância em despertar o interesse em aprender. Um dos fatores que contribuem para despertar o interesse está ligado com a motivação para realizar e participar de determinada tarefa e em conhecer o conceito histórico dos objetos de estudo, a partir de que necessidade surgiram e como contribuíram para o desenvolvimento da sociedade (SOUSA, 2017). Infelizmente, ensinamentos como esses são deixados de lado nas escolas. Entendemos que o tempo disponível em sala é apertado para apresentação de todo conteúdo, mas esses momentos são importantes, pois permitem que os alunos estabeleçam suas próprias relações, formando seu próprio pensamento.

Mas só a metodologia, por melhor que seja, não é capaz de resolver todos os problemas educacionais. É necessária uma mudança nas políticas governamentais que valorizem o professor, oferecendo salários dignos para que não precisem trabalhar em mais de uma escola para complementar a renda, dedicando-se a apenas uma e executando um trabalho de excelência.

Devido o momento pandêmico em que nos encontramos, não foi possível executar o plano de aula que foi elaborado em uma escola, onde seria possível analisar como os alunos reagiriam a essa metodologia e quais resultados poderiam ser obtidos. Apesar disso, esperamos que uma aula como essa seja bem recebida e produza resultados melhores do que os que a metodologia empirista, a qual estão acostumados, produzem, pois a teoria do ensino desenvolvimental procura despertar o interesse e oferecer aos alunos a oportunidade de

vivenciar a construção do objeto de conhecimento e entender como e por quê os processos se dão dessa forma.

Esperamos, também, que através dessa metodologia seja possível formar alunos mais preparados para o mercado de trabalho, curiosos e independentes de alguém que esteja sempre ao seu lado para dizer o que fazer, que saibam se situar através de uma informação e buscar soluções a partir de modelos construídos ainda na escola, onde aprenderão a investigar como resolver um problema real proposto pelo professor e quando se deparar com algo parecido ao longo de sua vida, será capaz de recorrer aos métodos aprendidos e aplicá-los para criar novas soluções.

O professor que deseja trabalhar com a teoria do ensino desenvolvimental deve pesquisar e entender por conta própria como essa metodologia funciona e planejar atividades para aplicá-la em sala, pois através do que observamos nos livros didáticos, não encontrarão apoio lá. Como pudemos notar, está muito presente neles o ensino empírico, pois não permite que os alunos reflitam e investiguem as questões propostas, o próprio livro responde as situações apresentadas. Inclusive, são questões muito interessantes e que fazem parte do cotidiano dos alunos daquela faixa etária e poderiam ser destinadas a esse momento de reflexão para encontrar maneiras de resolvê-los, mas essa oportunidade é perdida quando os autores oferecem pronto o modelo de resolução.

Deverá, também, ser persistente, pois como estão acostumados com um planejamento baseado na metodologia tradicional, onde apenas o professor fala e os alunos escutam e copiam, poderão sentir dificuldade em planejar uma aula mais participativa, passando pelas 6 ações para trabalhar o conhecimento, descritas por Davydov (1988).

Também poderá encontrar dificuldades quanto as turmas cheias, onde o monitoramento da realização e compreensão das atividades por todos os alunos torna-se mais complicado, e ainda a falta de recursos nas escolas, principalmente tecnológicos. Pode ser pensado em atividades em grupo, onde através da troca de conhecimentos os alunos com dificuldades podem abstrair as informações no interpessoal trazendo para o intrapessoal e fazer perguntas durante a execução das atividades para garantir a participação e compreensão de todos.

Não podemos deixar de citar a dificuldade quanto ao tempo apertado que grande parte dos professores tem para planejarem suas aulas, pois como já citado, devido à

desvalorização salarial, precisam se desdobrar em cargas horárias extensas, até mesmo em mais de uma escola.

Mas todo esforço com certeza valerá a pena, pois o professor saberá que está contribuindo para uma formação eficiente de sujeitos criativos e independentes para estudar e aprender. São pessoas assim que o mercado de trabalho procura. E talvez a melhor recompensa que receberá por esse esforço será ouvir um “muito obrigado” de quem conseguiu ter êxito na vida através das portas que foram abertas pela capacidade mental e cognitiva que a teoria do ensino desenvolvimental busca aprimorar.

A teoria do ensino desenvolvimental, de Davydov (1988), vem ganhando cada vez mais força, sendo tema de mestrados e doutorados em diversas universidades. Sabemos que ainda há muito a ser discutido a seu respeito, mas com esse trabalho esperamos ter contribuído com essas discussões, apontando resultados e melhorias que acreditamos ser reais a partir de sua aplicação, e possíveis dificuldades que o professor pode encontrar ao aplicar essa metodologia em sala, mas que podem ser superados de modo a contribuir com uma formação de qualidade.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIANCHINI, E. **Matemática – Bianchini**: manual do professor. 9.ed. São Paulo: Moderna, 2018. Obra em 4 v. de 6º ao 9º ano, p. 336.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista da matemática**: 6º ano: ensino fundamental: anos finais. 4. ed. São Paulo: FDT, 2018, p. 324.

G1. Notas médias do Enem 2019 caem em todas as provas objetivas. **G1**, 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2020/01/17/notas-medias-do-enem-2019-caem-em-todas-as-provas-objetivas.ghtml>. Acesso em: 20 out. 2020

PISA. PISA 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil. **Inep**, 2019. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206. Acesso em: 19 out. 2020.

REGO, T. C. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 1.ed. Petrópolis: Vozes, 1995, p. 138.

SOUSA, Elias Rafael de. **As contribuições do ensino desenvolvimental de Davydov para o ensino de geometria euclidiana no curso de licenciatura em matemática**. 2017. 124 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal Goiano, Campus Jataí.

TENENTE, L.; OLIVEIRA, E. Estados que melhoraram resultados no Ideb colocaram foco em ensino integral, projetos integrados e desenvolvimento emocional. **G1**, 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2020/09/15/estados-que-melhoraram-resultados-no-ideb-colocaram-foco-em-ensino-integral-projetos-integrados-e-desenvolvimento-emocional.ghtml>. Acesso em: 19 out. 2020.