

Sousa, E.J.F. ¹

Graduando, Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, Goiás, Brasil

Napoli, G.S.S. ²

Graduando, Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, Goiás, Brasil

Chaer, A.V. ³

Professor Me., Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, Goiás, Brasil

¹ edmilsonf135@gmail.com; ² gabriel.napoli97@hotmail.com; ³ chaer@pucgoias.edu.br

RESUMO: O presente trabalho faz uma revisão bibliográfica do cálculo de armadura de cisalhamento devido ao esforço cortante segundo as recomendações da ABNT NBR6118 (2014). Dando continuidade aos aprendizados nas disciplinas de Estruturas de Concreto Armado, o estudo elabora uma tabela, com o auxílio do *software* Microsoft Excel[®] apresentando o cálculo de armadura transversal devido ao esforço cortante para os Modelos de Cálculo I e II, de acordo com as prescrições normativas. Ao usuário é permitido acompanhar a variação dos valores de todos os parâmetros que envolvem o cálculo de armadura transversal para uma definida seção transversal retangular e os materiais concreto e aço, com a entrada do esforço cortante de cálculo (V_{sd}). As simulações computacionais revelaram que, para o Modelo de Cálculo I, com a inclinação das bielas comprimidas em ângulo constante de 45° , há uma variação linear dos resultados do cálculo da armadura entre os extremos limites (Armadura Mínima, correspondente ao Cortante Mínimo e Armadura para Cortante de Esmagamento, V_{Rd2}). Também, para este modelo de cálculo, o valor do Cortante Mínimo é fixo. No entanto, para o Modelo de Cálculo II, o estudo mostra que não há um valor fixo para Cortante Mínimo, pelo fato de que o valor de V_c (parcela do esforço cortante resistido pelo concreto) ser variável (dependente do nível de sollicitação, V_{sd}). Gráficos foram traçados apresentando esta variação. Na mesma linha de raciocínio do que foi concluído para o Modelo de Cálculo I, buscou-se uma maneira de calcular a armadura de cisalhamento para o Modelo de Cálculo II através de uma interpolação linear, sendo que o trabalho teve êxito em encontrar esta resposta. A proposta de linearização ajuda a entender os resultados e a simplificação proposta é comparada com os valores calculados com a expressão fundamental de cálculo da armadura, sem apresentar diferenças. Os resultados e gráficos confirmam a pertinência da simplificação proposta. A planilha produzida poderá ser utilizada em Metodologias Ativas, como por exemplo, Sala de Aula Invertida para o processo ensino-aprendizagem.

Palavras-chaves: Concreto Armado, Cortante, Cisalhamento, Armadura, Linearização da função $A_{sw}(V_{sd})$.

Área de Concentração: 02 – Estruturas

1 INTRODUÇÃO

As Metodologias Ativas já se apresentam nas práticas da nova sala de aula, em que é esperado que o aluno que seja proativo no processo ensino-aprendizagem, tendo previamente o contato com os conteúdos e que, em sala de aula, o professor seja um mediador para a sedimentação do assunto.

Segundo Moran (2007), um excelente recurso das tecnologias digitais é a inversão da forma de ensinar. A estratégia é disponibilizar previamente os materiais – textos, hipertextos, apresentações, vídeos etc – numa plataforma de acesso remoto em que os estudantes são

motivados a entrarem previamente em contato com os conteúdos, a realizarem exercícios orientados de verificação de aprendizagem. Posteriormente, nos momentos presenciais e/ou síncronos, com a orientação do Professor, utilizar de atividades específicas para a discussão das dúvidas sobre os assuntos e demais passos na sedimentação do aprendizado. Todo este processo é conhecido com Sala de Aula Invertida.

Este trabalho contribui com dois produtos importantes para o processo ensino-aprendizagem: a revisão bibliográfica, que pode ser considerada uma apostila para o assunto, apostila que pode ser ampliada para produção de hipertextos e outras apresentações

dinâmicas; a planilha de cálculo, que facilita ao usuário fazer as simulações computacionais e tomar as decisões a partir dos resultados propiciados através da programação.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

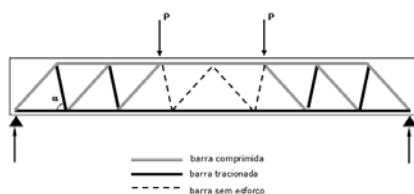
2.1 Hipóteses básicas

2.1.1 Treliça de Mörch

Por volta de 1900, W. Ritter e E. Mörch propuseram, para a determinação da armadura de cisalhamento necessária ao equilíbrio de uma viga de concreto armado, uma teoria em que o mecanismo resistente da viga no estágio II (fissurada) pudesse ser associado ao de uma treliça, em que as armaduras e o concreto equilibrassem conjuntamente o esforço cortante, como mostrado na Figura 1. (CARVALHO 2014).

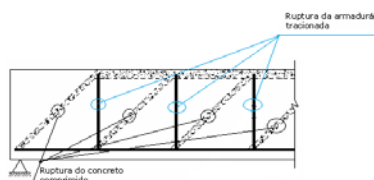
O modelo proposto por Mörch não foi bem aceito no início, mas com o desenvolvimento das técnicas de ensaio de estruturas, resultou em que ele poderia ser empregado, desde que fossem feitas correções necessárias. A teoria teve assim, reconhecimento mundial, e mesmo que diversas incógnitas tenham mudado desde então (as resistências do concreto e do aço aumentaram, a aderência obtida com aços corrugados levou ao desuso as barras lisas etc.), os princípios demonstrados por Mörch continuam válidos, e até hoje são a base do cálculo ao cisalhamento dos mais importantes regulamentos. A grande vantagem é que, embora sendo simples, o modelo conduz a resultados satisfatórios para a quantidade da armadura transversal no estado limite último (Figura 2). Destaca-se que será empregada em todo o capítulo, quando cabível, a simbologia adotada pela ABNT NBR 6118:2014 para a designação de todas as grandezas envolvidas.

Figura 1 – Analogia da treliça Mörch



Fonte: Chaer & Oliveira (2003)

Figura 2 – Colapso de viga devido a esforço cortante



Fonte: Chaer & Oliveira (2003)

2.2 Cálculo da resistência

Segundo o item 17.4.2.1 da ABNT NBR 6118:2014, a resistência do elemento estrutural, em uma determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória, quando verificadas simultaneamente a Eq. 1 e a Eq. 2:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad \text{Eq. (1)}$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad \text{Eq. (2)}$$

Onde:

V_{sd} é a força cortante solicitante de cálculo, na seção;

V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

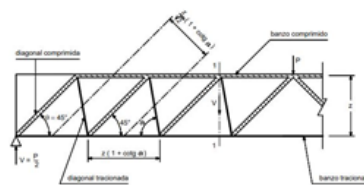
$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$ é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça e V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

2.3 Modelos de Cálculo

2.3.1 Modelo de Cálculo I

Segundo Bastos (2017), a Figura 03 a seguir é uma viga bi apoiada já fissurada (Estádio II), submetida a uma força concentrada P no meio do vão, que resulta força cortante constante. A analogia dessa viga com a treliça clássica, com ângulo θ de inclinação das diagonais comprimidas (bielas de compressão) de 45° e com diagonais tracionadas inclinadas de um ângulo α , está mostrada na Figura 03. Por se tratar de uma treliça isostática, as forças nas barras podem ser determinadas considerando-se apenas as condições de equilíbrio dos nós, a partir da força cortante.

Figura 03 – Viga representada segundo a treliça clássica de Ritter-Mörch.



Fonte: BASTOS (2017)

Tem-se que a distância entre duas diagonais comprimidas adjacentes, na direção perpendicular a elas, é:

$$\frac{z}{\sqrt{2}} \cdot (1 + \cot \alpha)$$

A força em cada diagonal comprimida pode ser considerada aplicada na área de concreto (área estimada da biela comprimida):

$$b_w \cdot \frac{z}{\sqrt{2}} \cdot (1 + \cot \alpha)$$

Onde b_w é a largura da seção transversal e α é o ângulo de inclinação das diagonais tracionadas. A tensão média de compressão na biela é:

$$\sigma_{cb} = \frac{R_{cb}}{b_w \cdot \frac{z}{\sqrt{2}} \cdot (1 + \cot \alpha)} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot V}{b_w \cdot z \cdot (1 + \cot \alpha)}$$

$$\sigma_{cb} = \frac{2V}{b_w \cdot z \cdot (1 + \cot \alpha)} \quad \text{Eq. (3)}$$

A força na diagonal tracionada ($R_{s,\alpha}$) Eq.5, inclinada do ângulo α , pode ser determinada fazendo o equilíbrio da seção 1-1 da treliça, conforme Figura 04:

Figura 04 – Projeção de forças



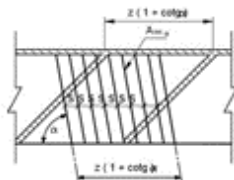
Fonte: Bastos (2017)

$$\text{sen} \alpha = \frac{V}{R_{s,\alpha}}$$

$$R_{s,\alpha} = \frac{V}{\text{sen} \alpha} \quad \text{Eq. (5)}$$

Toda diagonal tracionada com a força $R_{s,\alpha}$ é proporcional a um comprimento de viga, onde a distância $z \cdot (1 + \cot \alpha)$, localizada no eixo longitudinal, tem que ser resistida a armadura transversal conforme mostrado na Figura 05.

Figura 05 – Armadura transversal resistente a força em uma diagonal tracionada da treliça.



Fonte: Bastos (2017)

Considerando $A_{sw,\alpha}$ a área de aço de um estribo, a área total de armadura no comprimento $z \cdot (1 + \cot \alpha)$ é dada por:

$$A_{sw,\alpha} \cdot \frac{z \cdot (1 + \cot \alpha)}{s}$$

Onde $\frac{z \cdot (1 + \cot \alpha)}{s}$ representa o número de estribos nesse comprimento.

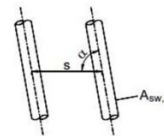
A tensão σ_{sw} na armadura transversal resulta na Eq. 6:

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{R_{s,\alpha}}{A_{sw,\alpha} \cdot \frac{z \cdot (1 + \cot \alpha)}{s}} = \frac{V}{z \cdot (1 + \cot \alpha) \cdot \text{sen} \alpha} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}}$$

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{V}{z \cdot (\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha)} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad \text{Eq. (6)}$$

A seguir a Figura 06 destaca os estribos inclinados a um ângulo α com espaçamento (s) entre os eixos.

Figura 06 – Estribos inclinados com espaçamento (s)



Fonte: Bastos (2017)

2.3.1.1 Verificação da Diagonal comprimida de Concreto

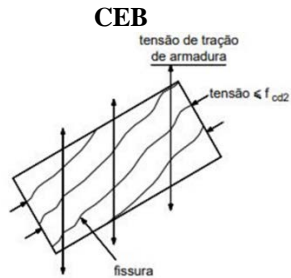
A equação que define a tensão de compressão nas bielas de concreto para a treliça clássica ($\theta = 45^\circ$) foi deduzida no item 2.3.1 (Eq. 3):

$$\sigma_{cb} = \frac{2V}{b_w \cdot z \cdot (1 + \cot \alpha)}$$

Para Bastos (2017, a ABNT NBR 6118:2014 limita a tensão de compressão nas bielas ao valor f_{cd2} , como definido no código MC-90 do CEB. O valor f_{cd2} atua como um fator redutor da resistência à compressão do concreto, quando há tração transversal por efeito de armadura e existem fissuras transversais às tensões de compressão (Figura 07). O valor f_{cd2} é dada pela Eq. 7:

$$f_{cd2} = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} = 0,6 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad \text{Eq. (7)}$$

Figura 07 – Tensão de compressão com tração transversal conforme o MC-90 do



Fonte: Bastos (2017)

O modelo I admite diagonais de compressão inclinadas de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independentemente de V_{sd} . A ABNT NBR 6118:2014 (item 17.4.2.2) chama o fator $\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$ de α_{v2} . Na (Eq. 3), substituindo o braço de alavanca z por $0,9d$ (d é a altura útil), σ_{cb} por f_{cd2} e fazendo V como a máxima força cortante resistente (V_{Rd2}) correspondente à ruína das diagonais comprimidas de concreto, tem-se as Eq. 8 e Eq. 9:

$$0,6 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = \frac{2V_{Rd2}}{b_w \cdot 0,9d \cdot (1 + \cot\alpha)}$$

$$V_{Rd2} = \frac{0,6 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d \cdot (1 + \cot\alpha)}{2}$$

Eq.
(8)

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot (1 + \cot\alpha)$$

Eq.
(9)

com $\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$, (f_{ck} em Mpa):

A armadura transversal pode ter seu ângulo α de inclinação variando de 45° a 90° . Na prática é comum adotar o valor de 90° , ou seja, estribos na posição vertical para a armadura transversal, resultando a expressão de V_{Rd2} , Eq. 10:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

Eq.
(10)

Para estribos inclinados, a armadura acompanha melhor a inclinação das tensões principais de tração σ_1 . Tomando a inclinação $\alpha=45^\circ$, permite-se o dobro da tensão na diagonal comprimida, comparada com aquela para estribos verticais, resultando na Eq. 11:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Eq. (11)}$$

ou seja, o estribo inclinado aumenta a capacidade de compressão em até o dobro, quando se coloca o limite de 45° de inclinação.

Portanto, para não ocorrer o esmagamento das diagonais comprimidas deve-se ter: $V_{sd} \leq V_{Rd2}$. A ABNT NBR 6118:2014 (item 17.4.2.2) define a expressão de V_{Rd2} para o Modelo de Cálculo I como sendo

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

que é a Eq. 10, obtida pela substituição de $\alpha = 90^\circ$. A ABNT NBR 6118:2014 não relaciona o valor de V_{Rd2} com a inclinação de α , ou seja, resumidamente considerou o limite inferior para a tensão de esmagamento, quando se tem estribos verticais.

2.3.1.2 Cálculo da Armadura Transversal

Com ($V_{sd} \leq V_{Rd3}$), fazendo a força cortante de cálculo (V_{sd}) igual à máxima força cortante resistente de cálculo, relativa à ruptura da diagonal tracionada (armadura transversal), tem-se:

$$V_{sd} = V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

A parcela V_c referente à parte da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao de treliça é definida como:

a) elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção

$$V_c = 0$$

b) na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção tem-se a Eq. 12:

$$V_c = V_{c0}$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Eq. (12)}$$

sendo f_{ctd} a resistência de cálculo do concreto à tração direta, e avaliado pela (Eq. 13):

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot f_{ct,m}}{\gamma_c} \quad \text{Eq. (13)}$$

com f_{ck} em MPa.

- Para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3}$$

- Para concretos de classes C55 até C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1+0,11 f_{ck})$$

Onde:

$f_{ct,m}$ e f_{ck} são expressos em megapascal (Mpa)

A força V_{c0} representa a resistência à força cortante de uma viga sem estribos, ou seja, é a máxima força cortante que uma viga sem estribos pode resistir.

Onde:

b_w é a menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil d ;

d é a altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;

s é o espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} , medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

f_{ywd} é a tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor f_{yd} no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa;

α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Com o valor de V_c conhecido, calcula-se a parcela da força cortante a ser resistida pela armadura transversal, chegando na Equação 14:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad \text{Eq. (14)}$$

A equação que define a tensão na diagonal tracionada para a treliça clássica ($\theta = 45^\circ$) foi deduzida (Eq. 15):

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{V}{z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot s \cdot \text{sen}\alpha} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad \text{Eq. (15)}$$

Substituindo z por $0,9d$, V por V_{sw} , e fazendo $\sigma_{s,\alpha}$ igual à máxima tensão admitida na armadura (f_{ywd}), a (Eq. 15): modifica-se para as seguintes Eq. 16 e 17:

$$f_{ywd} = \frac{V_{sw}}{0,9d \cdot (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha)} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad \text{Eq. (16)}$$

$$\frac{A_{sw,\alpha}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha)} \quad \text{Eq. (17)}$$

A ABNT NBR 6118:2014 limita a tensão f_{ywd} ao valor de f_{yd} para armadura transversal passiva constituída por estribos, e a 70 % de f_{yd} quando forem utilizadas barras dobradas inclinadas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa. Portanto, para estribos tem-se:

$$f_{ywd} = f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435 \text{MPa}$$

Para combinações normais, $\gamma_s = 1,15$ e a tensão máxima imposta pela norma refere-se à tensão de cálculo para o aço CA-50, pois $f_{yd} = 500/1,15 = 435$ MPa. No caso de o cálculo da armadura ser feito com o aço CA-60, esta tensão máxima também deve ser obedecida, ou seja, deve-se calcular como se o aço fosse o CA-50.

A inclinação dos estribos deve obedecer à condição $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Para estribo inclinado a 45° e a 90° a Eq. 17 fica respectivamente igual as Equações 18 e 19:

$$\frac{A_{sw,45}}{s} = \frac{V_{sw}}{1,27 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad \text{Eq. (18)}$$

$$\frac{A_{sw,90}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad \text{Eq. (19)}$$

No caso de serem utilizados os aços CA-50 ou CA-60 e armadura transversal somente na forma de estribos, f_{ywd} assume o valor de 43,5 kN/cm², que aplicado às Eq. 18 e Eq. 19 encontram-se as Eq. 20 e 21:

$$\frac{A_{sw,45}}{s} = \frac{V_{sw}}{55,4 \cdot d} \quad \text{Eq. (20)}$$

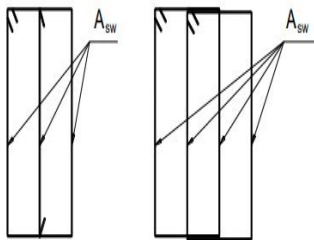
$$\frac{A_{sw,45}}{s} = \frac{V_{sw}}{39,2 \cdot d} \quad \text{Eq. (21)}$$

com: $A_{sw} = \text{cm}^2/\text{m}$, $V_{sw} = \text{kN}$ e $d = \text{m}$.

É importante observar que $\frac{A_{sw}}{s}$ é a armadura transversal por unidade de comprimento da viga e A_{sw} é a área de todos os ramos laterais do estribo.

Quando o estribo é composto por dois ramos, o que ocorre na maioria dos casos (vigas de base menor ou igual a 30cm), A_{sw} equivale à área dos dois ramos laterais do estribo. Para as demais situações, quando se tem três ou mais ramos, A_{sw} é a área de todos os ramos laterais do estribo (Figura 08).

Figura 08 – Área A_{sw} de estribos de três e quatro ramos.

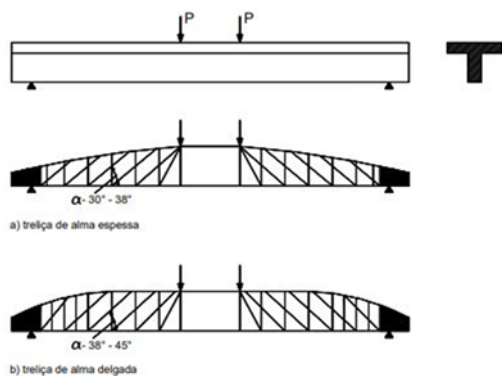


Fonte: Bastos (2017)

2.3.2 Modelo de Cálculo II

Segundo Bastos (2017), os resultados de ensaios comprovaram que a inclinação das fissuras é geralmente inferior a 45°, assim as bielas de compressão na maioria dos casos têm inclinações entre 30° a 45°, podendo chegar a ângulos até menores com a horizontal, devido a quantidade de armadura transversal e da relação entre os comprimentos da alma e da mesa (em seções T e I por exemplo – Figura 09).

Figura 09 – Treliça generalizada para vigas seção T com alma espessa e alma delgada.



Fonte: Bastos (2017)

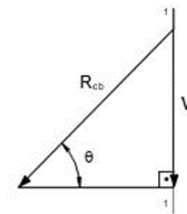
O Modelo de Cálculo II admite diagonais de compressão inclinadas de θ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural (Figura 11), com θ variável livremente entre 30° e 45°. Admite-se ainda que a parcela complementar V_c sofra redução com o aumento de V_{sd} .

Sendo V a força cortante que atua na seção 1-1 da treliça (Figura 10), a força na diagonal comprimida (R_{cb}) é o resultado da Eq. 22 e 23:

$$\text{sen}\theta = \frac{V}{R_{cb}} \quad \text{Eq. (22)}$$

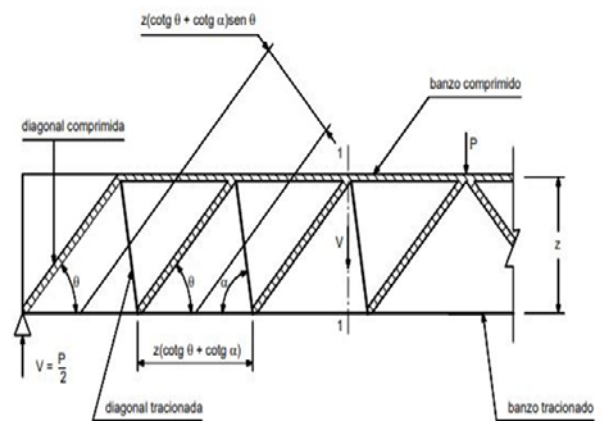
$$R_{cb} = \frac{V}{\text{sen}\theta} \quad \text{Eq. (23)}$$

Figura 10 – Treliça de seção 1-1, com força cortante atuante



Fonte: Bastos (2017)

Figura 11 – Treliça generalizada com diagonais comprimidas inclinadas com ângulo θ e armadura transversal inclinada com ângulo α .



Fonte: Bastos (2017)

2.3.2.1 Verificação da Diagonal comprimida de Concreto

A distância entre duas diagonais comprimidas adjacentes, na direção perpendicular a elas, é:

$$z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \text{sen}\theta$$

A força em cada diagonal comprimida pode ser considerada aplicada na área de concreto (área da biela):

$$b_w \cdot z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \text{sen}\theta$$

onde α é o ângulo de inclinação das diagonais tracionadas. A tensão média de compressão na biela é então dada por Eq. 24:

$$\sigma_{cb} = \frac{R_{cb}}{b_w \cdot z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \text{sen}\theta}$$

$$\sigma_{cb} = \frac{V}{b_w \cdot z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \text{sen}^2\theta} \quad \text{Eq. (24)}$$

Chegando-se a:

$$VR_{d2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot (\text{sen}^2\theta) \cdot (\cot\alpha + \cot\theta) \text{ com:}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.}$$

2.3.2.2 Cálculo da Armadura Transversal

A força na diagonal tracionada ($R_{s,\alpha}$) pode ser determinada fazendo o equilíbrio da seção 1-1 da treliça (Figura 12), resultando nas Eq. 25 e 26:

Figura 12 – Treliça de seção 1-1 com força diagonal tracionada ($R_{s,\alpha}$)



Fonte: Bastos (2017)

$$\text{sen}\alpha = \frac{V}{R_{s,\alpha}} \quad \text{Eq. (25)}$$

$$R_{s,\alpha} = \frac{V}{\text{sen}\alpha} \quad \text{Eq. (26)}$$

Toda diagonal tracionada com a força $R_{s,\alpha}$ é proporcional a um comprimento de viga, onde a distância $z \cdot (1 + \cot\alpha)$, localizada no eixo longitudinal, tem que ser resistida a armadura transversal.

Considerando A_{sw} a área de aço de um estribo, a área total de armadura no comprimento $z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha)$ é dada pela Eq. 27:

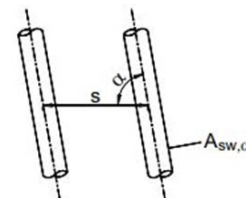
$$A_{sw,\alpha} \cdot \frac{z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha)}{s} \quad \text{Eq. (27)}$$

onde $z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha)/s$ representa o número de estribos (Figura 06) nesse comprimento. A tensão σ_{sw} na armadura transversal resulta na Eq. 28:

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{R_{s,\alpha}}{A_{sw} \cdot z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha)} \cdot s$$

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{V}{z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \text{sen}\alpha} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad \text{Eq. (28)}$$

Figura 06 – Estribos inclinados com espaçamento (s)



Fonte: Bastos (2017)

cálculo da armadura transversal:

$$V_{Rd2} = V_c + V_{sw}$$

Onde:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot\alpha + \cot\theta) \cdot \text{sen}\alpha$$

$V_c = 0$, em elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c1}$, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

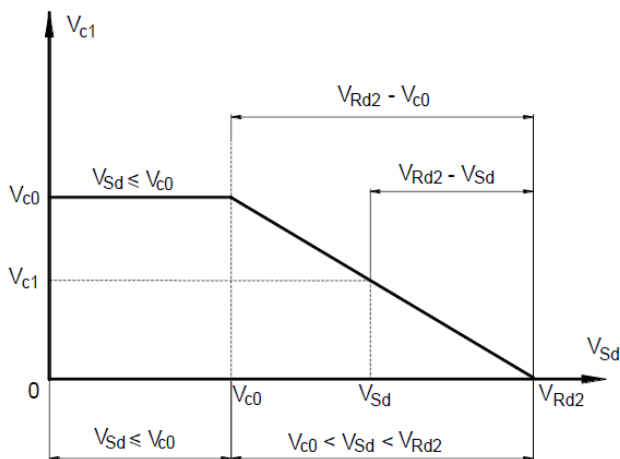
$$V_{c1} = V_{c0} \text{ quando } V_{sd} \leq V_{c0}$$

$V_{c1} = 0$ quando $V_{sd} = V_{Rd2}$, interpolando-se linearmente para valores intermediários.

Na figura 13 é mostrado um gráfico que mostra a variação de V_{c1} com V_{sd} , onde, quando V_{sd} for maior que V_{c0} , a força V_{c1} pode ser calculada com a Eq. 29:

$$V_{c1} = V_{c0} \cdot \frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \quad \text{Eq. (29)}$$

Figura 13 – Gráfico da variação de V_{c1} com V_{sd}



Fonte: Bastos (2017)

2.4 Detalhamento

2.4.1 Diâmetro máximo

As prescrições para o diâmetro do estribo (ϕ_t) são de acordo com a Eq. 30 (NBR 6118, 18.3.3.2):

$$5mm \leq \phi_t \leq b_w/10 \quad \text{Eq. (30)}$$

2.4.2 Número de ramos

O espaçamento transversal ($s_{t,m\acute{a}x}$) serve para definir qual o número de ramos verticais deve ser especificado para os estribos, o que é fundamental no caso de vigas largas.

O espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura constituída por estribos não deve exceder os seguintes valores:

- se $V_{sd} \leq 0,20 \cdot V_{Rd2}$, então $s_{t,m\acute{a}x} = d \leq 800mm$;
- se $V_{sd} > 0,20 \cdot V_{Rd2}$, então $s_{t,m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d \leq 350mm$.

Nas vigas correntes das construções, com larguras geralmente até 30 cm, o estribo mais comum de ser aplicado é o de dois ramos verticais, que é simples de

ser feito e amarrado com as barras longitudinais de flexão. Porém, em vigas largas, como vigas de equilíbrio em fundações de edifícios, vigas de pontes, vigas com grandes vãos, vigas de transição etc., se a distância entre os ramos verticais do estribo supera o espaçamento máximo permitido, a solução é aumentar o número de ramos, geralmente fazendo ramos pares, pois assim os estribos podem ser idênticos. O maior número de ramos é obtido pela sobreposição dos estribos na mesma seção transversal, para quatro ramos. Vigas largas devem ter estribos com mais de dois ramos laterais, sendo muito comum o uso de estribos com quatro ramos, que oferece a vantagem de ser montado sobrepondo-se dois estribos idênticos de dois ramos. No caso do estribo com três ramos é colocada uma barra adicional interna na região entre os ramos de um estribo convencional com dois ramos

2.4.3 Espaçamento mínimo

“O espaçamento mínimo livre entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa.” (NBR 6118, 18.3.3.2).

Adotando-se uma folga de 1 cm para a passagem da agulha do vibrador, o espaçamento mínimo livre fica de acordo com a Eq. 31-a, enquanto que o espaçamento mínimo entre eixos, aparece na Eq. 31-b:

$$s_0 \geq \phi_{vibr} + 1 \text{ cm} \quad \text{Eq. (31-a)}$$

$$s \geq s_0 + \phi_t \quad \text{Eq. (31-b)}$$

2.4.4 Espaçamento máximo

A fim de evitar que uma fissura não seja interceptada por pelo menos um estribo, os estribos não devem ter um espaçamento maior que um valor máximo, de acordo com a Eq. 32 estabelecido conforme as seguintes condições (NBR 6118, 18.3.3.2):

$$V_{sd} \begin{cases} \leq 0,67V_{Rd2} \rightarrow s_{m\acute{a}x} = 0,6d \leq 30 \text{ cm} \\ > 0,67V_{Rd2} \rightarrow s_{m\acute{a}x} = 0,3d \leq 20 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{Eq. (32)}$$

3 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

3.1 Planilhas desenvolvidas

Inicialmente, este trabalho produziu uma planilha para cálculo de armadura de cisalhamento devido ao esforço cortante, em que o usuário cadastra os dados geométricos da seção, os dados de material (classe de concreto e categoria de aço) e o valor da força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}). A aplicação atende às recomendações de cálculo nos Modelos de Cálculo I e II, conforme recomendação da ABNT NBR6118 (2014).

Para Modelo de Cálculo I, a armadura transversal (A_{sw}) pode ser calculada de duas maneiras: a) através da expressão fundamental para a determinação da armadura; b) através de uma interpolação linear entre as armaduras extremas (A_{sw} mínima e A_{sw} para o cortante máximo, V_{Rd2} , cortante de esmagamento). Nota-se, neste modelo, que o valor do cortante mínimo, bem como da armadura mínima correspondente independem da intensidade do cortante de cálculo (V_{c0} é um valor fixo).

Com relação ao Modelo de Cálculo II a armadura transversal (A_{sw}) é determinada pela expressão fundamental, sendo que a armadura mínima fica dependente do valor do cortante de cálculo na seção considerada, pois V_{c0} assume o valor de V_{c1} , que depende da intensidade de V_{sd} .

3.2 Espelho das Planilhas

Os espelhos das duas planilhas desenvolvidas estão anexados no Apêndice A deste trabalho para melhor visualização.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Modelo de Cálculo I – Interpolação linear

Os estudos revelam um comportamento linear entre os resultados dos cálculos das armaduras extremas, calculadas para os Cortantes Mínimo (V_{dmin}) e de Esmagamento (V_{Rd2}), conforme Eq. 33. Nos Apêndices, são apresentados espelhos da planilha comprovando este comportamento linear.

$$A_{sw} = A_{swmin} + \left(\frac{A_{swmax} - A_{swmin}}{V_{Rd2} - V_{sdmin}} \right) \cdot (V_{sd} - V_{sdmin})$$

Eq.
(33)

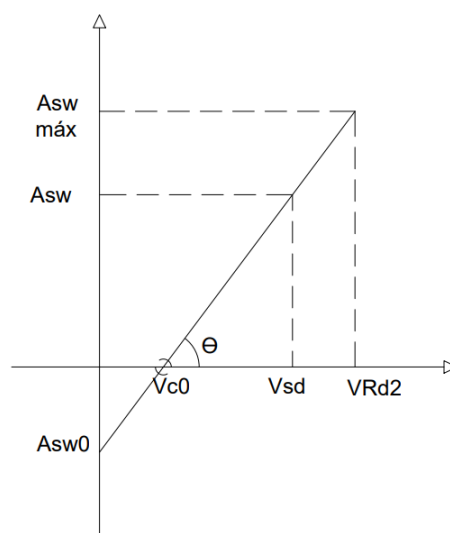
4.2 Modelo de Cálculo II – Interpolação linear

Baseando-se do mesmo raciocínio, ao buscar uma interpolação similar, partindo que o solicitante de cálculo (V_{sd}) é equivalente a força cortante de uma viga sem estribos (V_{c0}), ou seja, a área da armadura transversal (A_{sw}) é zero, constata-se comportamento linear entre as armaduras transversais. Utilizou-se da análise da figura 14, para desenvolver a Eq. 34. Nos Apêndices, apresenta-se este comportamento para diversos ângulos de inclinação θ :

$$tg\theta = \frac{A_{swmax}}{V_{Rd2} - V_{c0}} = \frac{A_{sw}}{V_{sd} - V_{c0}}$$

$$A_{sw} = \left(\frac{V_{sd} - V_{c0}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right) \cdot A_{swmax} \quad \text{Eq. (34)}$$

Figura 14 – Interpolação entre Armadura e Cortantes.



Fonte: Autores

5 CONCLUSÕES

O trabalho produziu uma revisão bibliográfica bastante didática, o que auxiliará o aprendizado do tema.

Outro produto deste trabalho é uma planilha que calcula a armadura de cisalhamento devido ao cortante, apresentando tabelas e gráficos que auxiliam na compreensão do tema e no comportamento dos resultados para os Modelos de Cálculo I e II, recomendados pela ABNT NBR6118 (2014).

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J.M. **Curso de concreto armado**. v.2, . ed., Rio Grande: Dunas, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 1980.

BASTOS, P.S.S. **Flexão Normal Simples – Vigas**. E-book acessado em www.feb.unesp.br/pbastos; Bauru-SP, 2019

CARVALHO, R.C.; FILHO, J.R.F. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2004**. 3. ed., São Carlos: EdUFSCar, 2014. 368 p.

CHAER, A. V., OLIVEIRA, M. G. D. - **Notas de Aula – Disciplina Estruturas de Concreto Armado I**. Universidade Católica de Goiás - Goiânia-GO, 2003.

PRAXEDES, C. C. V.; JORGE, G. E.; CHAER, A. V. **Dimensionamento de seções retangulares submetidas a flexão pura**. TCC-2. PUC Goiás. Escola de Engenharia. Engenharia Civil. Goiânia-GO, 2015.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 2. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007. 174p.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de Concreto. Vol. I**. Editora Globo, Rio de Janeiro, 1985.

7 APÊNDICES

7.1 Apêndice A – Espelho das planilhas

| Modelo de Cálculo – I / Dados de Entrada | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|---------------------------|-------|-------------|----------------------|--------|------|----|--|------|
| Armadura de Cisalhamento devido ao Esforço Cortante | | | | | | | | | | | |
| Modelo de Cálculo I (Teta=45°) | | | | | | | | | | | |
| Estrêbs verticais (alfa=90°) | | | | | | | | | | | |
| | | | | | COMBINAÇÕES | | | | | | |
| | | | | | Normais | | | | | | |
| | | | | | yc | | 1,4 | | ys | | 1,15 |
| Dados - seção traçeseal | | | Dados - material concreto | | | Dados - material aço | | | | | |
| bw | 15 | cm | Classe | C25 | | Categoria | CA-50 | | | | |
| h | 40 | cm | fck | 25 | M Pa | fyk | 500 | M Pa | | | |
| d | 32 | cm | fcid | 17,86 | M Pa | fyd | 434,78 | M Pa | | | |
| | | | alfa_v2 | 0,9 | | fywk | 500 | M Pa | | | |
| Outros dados | | | fctm | 2,565 | M Pa | fywd | 434,78 | M Pa | | | |
| | | | fctk_inf | 1,795 | M Pa | | | | | | |
| phi_vib | 6 | cm | fctd | 1,282 | M Pa | | | | | | |
| phi_cb | 3 | cm | | | | | | | | | |

Fonte: Autores

| Modelo de Cálculo – I / Resultados | | | |
|------------------------------------|--------|--------|--------|
| | | E.01 | E.02 |
| | Vsd | Asw /s | Asw /s |
| Vsd_min | 41,02 | 1,54 | 1,54 |
| 2 | 49,38 | 2,21 | 2,21 |
| 3 | 57,74 | 2,87 | 2,87 |
| 4 | 66,11 | 3,54 | 3,54 |
| 5 | 74,47 | 4,21 | 4,21 |
| 6 | 82,83 | 4,88 | 4,88 |
| 7 | 91,20 | 5,55 | 5,55 |
| 8 | 99,56 | 6,21 | 6,21 |
| 9 | 107,92 | 6,88 | 6,88 |
| 10 | 116,29 | 7,55 | 7,55 |
| 11 | 124,65 | 8,22 | 8,22 |
| 12 | 133,01 | 8,89 | 8,89 |
| 13 | 141,38 | 9,55 | 9,55 |
| 14 | 149,74 | 10,22 | 10,22 |
| 15 | 158,10 | 10,89 | 10,89 |
| 16 | 166,47 | 11,56 | 11,56 |
| 17 | 174,83 | 12,23 | 12,23 |
| 18 | 183,20 | 12,89 | 12,89 |
| 19 | 191,56 | 13,56 | 13,56 |
| 20 | 199,92 | 14,23 | 14,23 |
| VRd2 | 208,29 | 14,90 | 14,90 |

E.01
$$\frac{Asw}{s} = \frac{Vsd - Vc}{0.9 \cdot d \cdot fywd}$$

E.02
$$A_{sw} = A_{swmin} + \left(\frac{A_{swmax} - A_{swmin}}{VRd2 - Vsdmin} \right) \cdot (Vsd - Vsdmin)$$

| Modelo de Cálculo – II / Dados de Entrada | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|---------------------------|-------|-------------|----------------------|--------|------|----|--|------|
| Armadura de Cisalhamento devido ao Esforço Cortante | | | | | | | | | | | |
| Modelo de Cálculo II (Teta=30° a 45°) | | | | | | | | | | | |
| Estrêbs verticais (alfa=90°) | | | | | | | | | | | |
| | | | | | COMBINAÇÕES | | | | | | |
| | | | | | Normais | | | | | | |
| | | | | | yc | | 1,4 | | ys | | 1,15 |
| Dados - seção traçeseal | | | Dados - material concreto | | | Dados - material aço | | | | | |
| bw | 15 | cm | Classe | C25 | | Categoria | CA-50 | | | | |
| h | 40 | cm | fck | 25 | M Pa | fyk | 500 | M Pa | | | |
| d | 32 | cm | fcid | 17,86 | M Pa | fyd | 434,78 | M Pa | | | |
| | | | alfa_v2 | 0,9 | | fywk | 500 | M Pa | | | |
| Outros dados | | | fctm | 2,565 | M Pa | fywd | 434,78 | M Pa | | | |
| | | | fctk_inf | 1,795 | M Pa | | | | | | |
| phi_vib | 6 | cm | fctd | 1,282 | M Pa | | | | | | |
| phi_cb | 3 | cm | | | | | | | | | |

Fonte: Autores

Modelo de Cálculo – II / Resultados

| | Vsd | Vc | E.01 | | E.02 | | E.01 >= Asw_min | | E.02 >= Asw_min | | E.02 / E.01 |
|------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|-----------------|--------|-----------------|--|-------------|
| | | | Asw /s | Asw /s | Asw /s | Asw /s | Asw /s | Asw /s | | | |
| 1 | 0,00 | 36,94 | -2,22 | -2,73 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 22,62% | | |
| 2 | 10,01 | 36,94 | -1,62 | -1,99 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 22,62% | | |
| 3 | 20,02 | 36,94 | -1,02 | -1,25 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 22,62% | | |
| 4 | 30,03 | 36,94 | -0,42 | -0,51 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 22,62% | | |
| 5 | 40,04 | 36,23 | 0,23 | 0,23 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 0,00% | | |
| 6 | 50,05 | 33,97 | 0,97 | 0,97 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 1,54 | 0,00% | | |
| 7 | 60,07 | 31,70 | 1,71 | 1,71 | 1,71 | 1,71 | 1,71 | 1,71 | 0,00% | | |
| 8 | 70,08 | 29,44 | 2,45 | 2,45 | 2,45 | 2,45 | 2,45 | 2,45 | 0,00% | | |
| 9 | 80,09 | 27,17 | 3,18 | 3,18 | 3,18 | 3,18 | 3,18 | 3,18 | 0,00% | | |
| 10 | 90,10 | 24,91 | 3,92 | 3,92 | 3,92 | 3,92 | 3,92 | 3,92 | 0,00% | | |
| 11 | 100,11 | 22,65 | 4,66 | 4,66 | 4,66 | 4,66 | 4,66 | 4,66 | 0,00% | | |
| 12 | 110,12 | 20,38 | 5,40 | 5,40 | 5,40 | 5,40 | 5,40 | 5,40 | 0,00% | | |
| 13 | 120,13 | 18,12 | 6,14 | 6,14 | 6,14 | 6,14 | 6,14 | 6,14 | 0,00% | | |
| 14 | 130,14 | 15,85 | 6,88 | 6,88 | 6,88 | 6,88 | 6,88 | 6,88 | 0,00% | | |
| 15 | 140,15 | 13,59 | 7,62 | 7,62 | 7,62 | 7,62 | 7,62 | 7,62 | 0,00% | | |
| 16 | 150,16 | 11,32 | 8,36 | 8,36 | 8,36 | 8,36 | 8,36 | 8,36 | 0,00% | | |
| 17 | 160,17 | 9,06 | 9,09 | 9,09 | 9,09 | 9,09 | 9,09 | 9,09 | 0,00% | | |
| 18 | 170,18 | 6,79 | 9,83 | 9,83 | 9,83 | 9,83 | 9,83 | 9,83 | 0,00% | | |
| 19 | 180,20 | 4,53 | 10,57 | 10,57 | 10,57 | 10,57 | 10,57 | 10,57 | 0,00% | | |
| 20 | 190,21 | 2,26 | 11,31 | 11,31 | 11,31 | 11,31 | 11,31 | 11,31 | 0,00% | | |
| VRd2 | 200,22 | 0,00 | 12,05 | 12,05 | 12,05 | 12,05 | 12,05 | 12,05 | 0,00% | | |

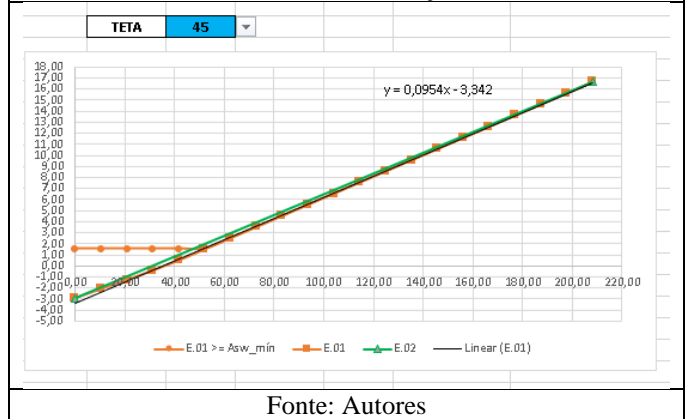
E.01

$$\frac{Asw}{s} = \frac{Vsd - Vc}{0.9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot(\alpha) + \cot(\theta)) \cdot \sin(\alpha)}$$

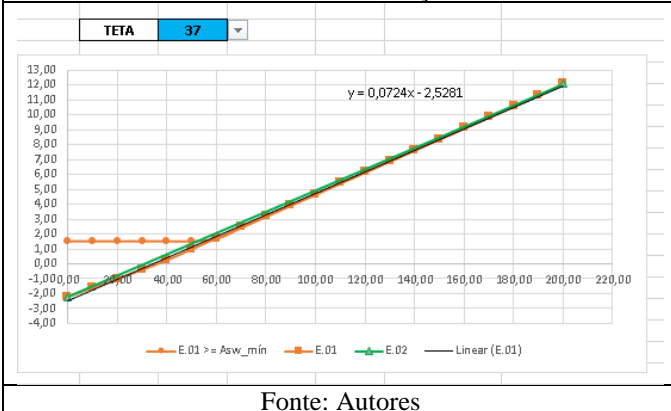
E.02

$$A_{sw} = \left(\frac{V_{sd} - V_{c0}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right) \cdot A_{swm\acute{a}x}$$

Modelo de Cálculo – II / Linearização / $\alpha=90^\circ$ e $\theta=45^\circ$



Modelo de Cálculo – II / Linearização / $\alpha=90^\circ$ e $\theta=37^\circ$



Modelo de Cálculo – II / Linearização / $\alpha=90^\circ$ e $\theta=30^\circ$

