



**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
ESCOLA DE DIREITO, NEGÓCIOS E COMUNICAÇÃO
CURSO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS**

KAYRAN FONSECA

**Dinâmica do Mercado Acionário Brasileiro: O Impacto do Câmbio e do S&P 500
na Volatilidade do Ibovespa (2015–2025)**

GOIÂNIA

2026

KAYRAN FONSECA

**Dinâmica do Mercado Acionário Brasileiro: O Impacto do Câmbio e do S&P 500
na Volatilidade do Ibovespa (2015–2025)**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Professor: Prof. Dr. Carlos Leão

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pelas graças e pelos desafios que recebi até o momento, pois foram eles que me conduziram até aqui.

Agradeço à minha família, em especial à minha mãe, pela base e pelos valores que me formaram e que tanto me ensinaram.

Ao meu orientador, Prof. Carlos Leão, agradeço imensamente pela dedicação e por todos os conhecimentos compartilhados durante a elaboração deste trabalho e em todo o curso.

Agradeço também ao corpo docente do curso de Economia, cujos valorosos ensinamentos foram pilares essenciais para a minha jornada e para o meu crescimento profissional.

RESUMO

Este estudo analisa a dinâmica dos retornos e da volatilidade do Índice Bovespa (Ibovespa) no período de 2015 a 2025, com foco no papel de variáveis macroeconômicas exógenas como determinantes do comportamento do mercado acionário brasileiro. A metodologia adota um modelo ARMAX-GARCH(1,1) com distribuição *t* de Student, estimado conjuntamente por Máxima Verossimilhança no software Gretl, incorporando a taxa de câmbio USD/BRL e o índice S&P 500 como regressores exógenos na equação da média. A hipótese central sustenta que a omissão dessas variáveis em modelos univariados é a principal origem do efeito alavancagem e da dependência serial documentados pela literatura nacional sobre o Ibovespa. Os resultados confirmam essa proposição em três dimensões simultâneas: os coeficientes autorregressivos perdem integralmente a significância estatística na presença das exógenas; a assimetria da distribuição condicional deixa de ser detectável; e o efeito alavancagem reduz-se ao limiar de significância, sem ganho substantivo de ajuste em relação ao GARCH simétrico. O coeficiente estimado para o câmbio confirma o impacto negativo e contemporâneo da depreciação do real sobre o Ibovespa, enquanto o coeficiente do S&P 500 quantifica a integração financeira do mercado brasileiro com o ciclo global de apetite por risco. A persistência elevada da volatilidade condicional evidencia longa memória na série, ao passo que a volatilidade incondicional implícita no modelo é inferior ao desvio-padrão bruto da amostra, refletindo o filtro informacional proporcionado pelas variáveis exógenas. A validação preditiva fora da amostra confirmou a adequação do modelo em condições reais, com cobertura satisfatória dos intervalos de confiança e composição do erro de previsão dominada pelo componente puramente aleatório. Os resultados indicam que a superioridade dos modelos GARCH assimétricos para o Ibovespa, amplamente documentada na literatura nacional, é em substancial medida um artefato da omissão de regressores macroeconômicos relevantes na equação da média, e não uma característica estrutural permanente do mercado acionário brasileiro.

Palavras-chave: Ibovespa. Volatilidade condicional. ARMAX-GARCH. Taxa de câmbio. S&P 500.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Estatísticas descritivas dos log-retornos diários (jan/2015 – dez/2025)

Tabela 2 Teste Augmented Dickey-Fuller (ADF) sobre log-retornos diários

Tabela 3 Função de autocorrelação dos log-retornos ao quadrado do Ibovespa

Tabela 4 Modelo 1: ARMA(1,1) puro

Tabela 5 Modelo 2: AR(1)-GARCH(1,1) com distribuição t-Student

Tabela 6 Modelo 3 (principal): ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) com distribuição t-Student

Tabela 7 Modelo 3-bis: ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) com distribuição Normal vs Modelo 3 (t-Student)

Tabela 8 Especificações de verificação: ARMAX puro e modelos GARCH assimétricos

Tabela 9 Previsão fora da amostra: ARMAX(0,0)-GARCH(1,1)

LISTA DE SIGLAS

ADF	Augmented Dickey-Fuller
AIC	Critério de Informação de Akaike
AR	Autorregressivo
ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
ARIMA	AutoRegressive Integrated Moving Average
ARIMAX	AutoRegressive Integrated Moving Average with eXogenous inputs
ARMA	AutoRegressive Moving Average
ARMAX	AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs
B3	Brasil, Bolsa, Balcão
BIC	Critério de Informação Bayesiano
CAPM	Capital Asset Pricing Model
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
EGARCH	Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
EMBI+	Emerging Markets Bond Index Plus
FAC	Função de Autocorrelação
FACP	Função de Autocorrelação Parcial
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
GJR-GARCH	Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH
GNU/GPL	GNU General Public License
HMA	Hipótese dos Mercados Adaptativos
HME	Hipótese dos Mercados Eficientes
IC	Intervalo de Confiança
LM	Multiplicador de Lagrange
LR	Razão de Verossimilhança
MA	Médias Móveis
MAE	Erro Absoluto Médio
MAPE	Erro Percentual Absoluto Médio

ADF	Augmented Dickey-Fuller
MLE	Máxima Verossimilhança
NYSE	New York Stock Exchange
QML	Quasi-Maximum Likelihood
RMSE	Raiz do Erro Quadrático Médio
S&P 500	Standard & Poor's 500
SVAR	Vetor Autorregressivo Estrutural
TGARCH	Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
TJLP	Taxa de Juros de Longo Prazo
USD	Dólar norte-americano
USD/BRL	Taxa de câmbio dólar norte-americano / real brasileiro
VCV	Matriz de Variância-Covariância

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	9
CAPÍTULO 1 — REFERENCIAL TEÓRICO	11
1.1 Mercado de capitais e o Sistema Financeiro Nacional	11
1.2 Risco no mercado financeiro	12
1.3 Volatilidade: conceito, dinâmica e fatos estilizados	14
1.4 Determinantes macroeconômicos do Ibovespa	16
1.5 Hipótese dos Mercados Eficientes e Hipótese dos Mercados Adaptativos	18
1.6 Referencial empírico dos modelos GARCH no mercado brasileiro.....	20
1.7 Síntese do referencial e posicionamento da pesquisa.....	21
CAPÍTULO 2 — DADOS E METODOLOGIA.....	23
2.1 Caracterização da pesquisa.....	23
2.2 Fonte e período de coleta.....	23
2.3 Tratamento e harmonização da base de dados.....	23
2.4 Ferramentas computacionais	24
2.5 Pré-requisitos econométricos para a modelagem ARMAX-GARCH	24
2.6 Especificação do modelo ARMAX-GARCH(1,1)	26
2.7 Estratégia de validação empírica das especificações alternativas	29
CAPÍTULO 3 — ANÁLISE DOS RESULTADOS	31
3.1 Estrutura da análise empírica.....	31
3.2 Caracterização estatística das séries	31
3.3 Verificação dos pré-requisitos econométricos	32
3.4 Estimação comparativa das especificações	34
3.5 Diagnóstico do modelo principal.....	42
CONCLUSÃO.....	46
REFERÊNCIAS	49

INTRODUÇÃO

A volatilidade do mercado acionário é um dos objetos centrais da econometria financeira contemporânea. Para investidores, gestores de portfólio e formuladores de política econômica, compreender a dinâmica do risco — sua origem, sua persistência e seus determinantes — é condição necessária para a tomada de decisões bem fundamentadas. No caso brasileiro, essa compreensão é particularmente complexa: o Ibovespa é o principal termômetro de uma economia emergente estruturalmente exposta a choques externos, com composição setorial concentrada em exportadores de commodities e instituições financeiras de porte sistêmico, ambas sensíveis às condições macroeconômicas globais.

A literatura econométrica nacional acumulou, nas últimas duas décadas, um conjunto robusto de aplicações de modelos da família GARCH ao Ibovespa. O resultado mais recorrente dessa literatura é a superioridade de especificações assimétricas — EGARCH e TGARCH — sobre o GARCH simétrico, atribuída à presença do efeito alavancagem: choques negativos elevam a volatilidade subsequente em magnitude superior à de choques positivos de mesmo valor absoluto. Esse achado, reproduzido em múltiplos estudos com diferentes janelas amostrais, consolidou-se como consenso metodológico sobre o mercado brasileiro.

Este trabalho parte de uma premissa distinta. Toda a literatura que documenta a superioridade dos modelos assimétricos opera em ambiente univariado: a equação da média é nula ou puramente autorregressiva, e os regressores macroeconômicos exógenos que afetam o Ibovespa em frequência diária — a taxa de câmbio USD/BRL e o índice norte-americano S&P 500 — permanecem fora do modelo. A hipótese central desta monografia é que a omissão dessas variáveis exógenas é precisamente a origem do efeito alavancagem documentado: quando o S&P 500 recua ou o dólar se aprecia de forma abrupta, o modelo univariado registra esses eventos como choques negativos de origem desconhecida, gerando assimetria residual na variância condicional. Ao incluir câmbio e S&P 500 explicitamente na equação da média, propõe-se que esses choques sejam totalmente absorvidos pelos coeficientes das exógenas, fazendo com que o resíduo perca a assimetria e a especificação simétrica GARCH(1,1) passe a ser suficiente. Essa perspectiva contrapõe-se às abordagens univariadas e engessadas de gestão de risco de mercado, que restringe a volatilidade a uma estrutura univariada, bem como aos modelos de memória longa, que tratam a persistência temporal como um fenômeno puramente endógeno da própria série de retornos.

Essa proposição de mitigação da assimetria residual via especificação da média é testada empiricamente por meio da estimação comparativa de sete especificações alternativas sobre 2.860 observações diárias de log-retornos do Ibovespa, entre 2 de janeiro de 2015 e 31 de dezembro de 2025. O modelo principal adotado — ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) com distribuição t Student — combina a estrutura ARMAX na equação da média, com câmbio e S&P 500 como regressores exógenos, e o GARCH(1,1) simétrico na equação da variância condicional, estimados conjuntamente por Máxima

Verossimilhança no software Gretl. O período de análise foi deliberadamente escolhido para incluir os principais episódios de instabilidade sistêmica da última década: a crise político-fiscal de 2015–2016 com o processo de impeachment, o choque global da pandemia da Covid-19 em 2020, o ciclo de alta de juros conduzido pelo Federal Reserve em 2022–2023 e o período de recomposição subsequente.

Do ponto de vista teórico, a escolha das variáveis exógenas é ancorada em três pilares: (i) a revisão da Hipótese dos Mercados Eficientes proposta por Fama (1991), que reconhece a capacidade preditiva de variáveis macroeconômicas observáveis sobre os retornos de ativos sem violar a eficiência informacional; (ii) a Hipótese dos Mercados Adaptativos de Lo (2004), que articula eficiência e volatilidade como estados dinâmicos condicionados ao ambiente competitivo e ao regime de choques; e (iii) a evidência empírica nacional consolidada sobre a relevância do câmbio — Grôppo (2006), Machado, Gartner e Machado (2017) — e do S&P 500 — Righi e Ceretta (2013) — como determinantes do Ibovespa. Adicionalmente, a literatura acadêmica legitima o abandono da pressuposição de normalidade dos retornos em prol de distribuições condicionais com caudas pesadas (como a *t* de Student), visto que estas refletem com maior precisão os momentos da distribuição e a variação temporal da volatilidade.

O trabalho está organizado em três capítulos. O Capítulo 1 apresenta o referencial teórico, abordando a estrutura do mercado de capitais brasileiro e o papel do Ibovespa, os conceitos de risco sistemático e não-sistemático, os fatos estilizados das séries de retornos financeiros, os determinantes macroeconômicos do Ibovespa e o arcabouço teórico das hipóteses de eficiência informacional. O Capítulo 2 descreve os dados, os procedimentos de coleta, tratamento e transformação das séries, e apresenta em detalhe a especificação econométrica adotada — equação da média ARMAX, equação da variância GARCH(1,1), estimação conjunta por MLE com *t* Student e os testes de diagnóstico e validação. O Capítulo 3 reporta os resultados empíricos da estimação comparativa, o diagnóstico do modelo final, a validação preditiva fora da amostra e a discussão econômica das conclusões, com ênfase na capacidade dos fatores exógenos de absorver a dependência linear e a assimetria residual da volatilidade.

CAPÍTULO 1 — REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 Mercado de capitais e o Sistema Financeiro Nacional

O mercado de capitais ocupa posição central no processo de desenvolvimento econômico, sendo o principal canal de transferência de recursos de médio e longo prazo entre agentes superavitários, que dispõem de capacidade de poupança, e agentes deficitários, que demandam capital para financiar projetos produtivos (ASSAF NETO, 2018). Essa intermediação está estruturada para suprir necessidades de investimento dos diversos agentes econômicos por meio de modalidades de financiamento de prazo definido — debêntures e *commercial papers* — e de prazo indeterminado, como a emissão e a subscrição de ações. A eficiência desse mecanismo influencia diretamente a formação bruta de capital fixo da economia, condicionando o ritmo de expansão da capacidade e atividade produtiva.

No arranjo institucional brasileiro, a integridade do mercado de capitais é disciplinada por marcos legais consolidados. A Lei nº 6.385, de 7 de dezembro de 1976, criou a Comissão de Valores Mobiliários (CVM), autarquia responsável pela normatização e fiscalização das operações com valores mobiliários. Em 2017, a fusão da BM&FBovespa com a Cetip deu origem à B3 — Brasil, Bolsa, Balcão —, que concentra a infraestrutura de listagem, negociação, compensação e liquidação de ativos no país (ASSAF NETO, 2018). É no ambiente da B3 que circulam os principais valores mobiliários do mercado nacional: ações ordinárias e preferenciais, debêntures, além de derivativos negociados nos mercados futuro, de opções e a termo.

Entre os instrumentos negociados, a ação merece destaque por configurar a menor fração do capital social de uma sociedade anônima e representar, simultaneamente, direito de propriedade e expectativa de fluxo de rendimentos futuros. Conforme Assaf Neto (2018), os ganhos do acionista decorrem de quatro componentes: dividendos, juros sobre o capital próprio, bonificações e a valorização de mercado do papel. Essa valorização é o principal motor de retorno em ações de companhias com perfil de crescimento e constitui o objeto direto das medidas de risco e volatilidade discutidas adiante. As debêntures e os *commercial papers*, por sua vez, são títulos representativos de empréstimos diretos ao mercado, sem intermediação bancária, e ampliam o leque de instrumentos pelos quais empresas captam *funding* de longo prazo.

Do ponto de vista funcional, o mercado de capitais opera em dois segmentos complementares: o mercado primário, no qual ocorre a emissão original de novos valores mobiliários, operação de *underwriting* que capitaliza diretamente a empresa emissora, e o mercado secundário, no qual esses títulos são posteriormente negociados entre investidores, sem ingresso de novos recursos para a companhia. Assaf Neto (2018) destaca que a existência de um mercado secundário ativo e líquido é condição essencial para a atratividade do mercado primário: investidores somente se dispõem a adquirir títulos em emissões primárias quando contam com a possibilidade de revenda eficiente no secundário. É justamente essa dinâmica de negociação contínua no mercado secundário — agregada e expressa pelo Ibovespa — que produz a série temporal de preços analisada neste trabalho. A formação dos preços no pregão decorre da interação entre compradores e vendedores que internalizam, em cada decisão de negociação, as

informações disponíveis sobre os fundamentos das empresas listadas, sobre o ambiente macroeconômico doméstico e sobre o cenário internacional. Essa lógica de formação de preços é justamente o objeto da Hipótese dos Mercados Eficientes, discutida com maiores detalhes na seção 1.5.

O Índice Bovespa (Ibovespa), calculado e divulgado pela B3, é o principal indicador de desempenho do mercado acionário brasileiro. Criado em 2 de janeiro de 1968 com pontuação inicial de cem pontos, o índice reflete o resultado de uma carteira teórica composta pelas ações de maior negociabilidade no pregão da bolsa, sendo a carteira reavaliada quadrimestralmente (ASSAF NETO, 2018). O autor afirma ainda que o cálculo do Ibovespa não admite aporte adicional de capital, apenas a reinversão de proventos e a manutenção das ações distribuídas a título de bonificação. A apuração ocorre em tempo real e seu valor em pontos resulta do produto entre a quantidade de cada ação na carteira teórica e seu respectivo preço de mercado. É justamente por essa concentração nas ações mais líquidas e representativas — e pela divulgação em alta frequência — que o Ibovespa se consolidou como o termômetro do mercado acionário nacional, posição que justifica sua escolha como variável dependente neste trabalho.

A composição setorial do Ibovespa também informa sobre os canais por meio dos quais o índice é sensível a choques externos. As empresas com maior peso na carteira são, historicamente, grandes exportadoras de commodities — Vale e Petrobras — e instituições financeiras de porte sistêmico — Itaú, Bradesco, Banco do Brasil. As primeiras possuem receitas dolarizadas e estão diretamente expostas a movimentos do câmbio e a preços internacionais de commodities; as segundas estão sensíveis ao ciclo de crédito doméstico, à taxa de juros e à percepção de risco-país. Essa composição confere ao Ibovespa uma dupla exposição estrutural: ao ciclo externo, via setor exportador, e ao ciclo doméstico, via setor financeiro. Tal característica é o pano de fundo econômico que justifica empiricamente o uso das variáveis exógenas selecionadas — câmbio e S&P 500 — como canais de transmissão dos choques internacionais para a economia brasileira.

1.2 Risco no mercado financeiro

A análise da volatilidade exige, como ponto de partida, a compreensão do conceito de risco e de sua decomposição. Assaf Neto (2018, p. 256) define risco como uma medida de variação dos possíveis retornos de um ativo, sendo, em essência, a quantificação da incerteza associada a um investimento. O desvio-padrão dos retornos discretos é a medida estatística usualmente adotada para esse fim, ao passo que a volatilidade, conceitualmente próxima, é calculada para retornos contínuos (logarítmicos) e voltada a intervalos curtos de tempo. Essa distinção, aparentemente sutil, possui implicação metodológica direta sobre o presente trabalho, que opera com log-retornos diários e enquadra-se, portanto, em medidas formais de volatilidade no sentido estrito proposto pelo autor.

A teoria moderna de portfólios, inaugurada por Markowitz (1952), estabelece a decomposição fundamental do risco total de um ativo em dois componentes: risco sistemático e risco não-sistemático. Essa divisão orienta tanto a construção de carteiras quanto a especificação de modelos econométricos que buscam isolar os fatores agregados dos fatores peculiares de variação dos preços (ASSAF NETO, 2018).

1.2.1 Risco sistemático ou de mercado

O risco sistemático, também denominado risco de mercado ou risco não-diversificável, é determinado por eventos de natureza política, econômica e social que afetam a totalidade dos ativos negociados em um mercado, ainda que com intensidades distintas para cada papel (ASSAF NETO, 2018). Suas principais fontes são as variações nas taxas de juros, o processo inflacionário, mudanças na situação política e o comportamento agregado das cotações. Por sua natureza agregada, esse risco não pode ser eliminado pela diversificação do portfólio, restando ao investidor apenas a possibilidade de ajustar sua exposição relativa.

O *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), desenvolvido por Sharpe (1964) e formalizado a partir do arcabouço de Markowitz, propôs o uso do coeficiente beta (β) como medida da sensibilidade de um ativo ao risco sistemático em relação à carteira de mercado. Conforme Assaf Neto (2018), o beta da carteira de mercado é, por construção, igual a 1,0, de modo que ativos com $\beta > 1,0$ caracterizam-se como agressivos — variando mais do que proporcionalmente em relação à média de mercado — e ativos com $\beta < 1,0$, como defensivos. No contexto brasileiro, a carteira de mercado é representada por índices amplos como o Ibovespa, e o beta serve de referência para a precificação relativa do risco entre ações e setores.

Para o caso específico do Brasil, o risco sistemático possui uma dimensão adicional de ordem estrutural: a exposição aos ciclos de liquidez global. Como economia emergente integrada aos fluxos internacionais de capital, o mercado acionário brasileiro responde sistematicamente a movimentos no preço relativo do real frente ao dólar e ao desempenho das bolsas centrais, com destaque para o índice S&P 500. Essas duas variáveis funcionam, neste trabalho, como proxies observáveis do risco sistemático externo transmitido à economia doméstica em frequência diária — interpretação ancorada teoricamente na revisão da Hipótese dos Mercados Eficientes proposta por Fama (1991), na qual variáveis macroeconômicas são reconhecidas como portadoras de capacidade preditiva sobre retornos.

1.2.2 Risco não-sistemático ou específico

O risco não-sistemático, também chamado de risco diversificável ou peculiar, é aquele identificado nas características do próprio ativo e que não se propaga necessariamente aos demais papéis da carteira (ASSAF NETO, 2018). Resultados operacionais abaixo do esperado, problemas de governança, escândalos corporativos, falhas de execução em projetos relevantes ou alterações regulatórias setoriais constituem exemplos típicos desse componente de risco. Ao contrário do risco sistemático, esse componente pode ser eliminado — ou ao menos substancialmente reduzido — pela diversificação, desde que os ativos selecionados não apresentem correlação perfeitamente positiva entre si.

Há um ponto conceitual sensível que merece destaque, justamente porque a literatura aplicada por vezes o trata de forma imprecisa: o risco de variação cambial, quando analisado no nível da empresa, é uma componente do risco não-sistemático. Assaf Neto (2018, p. 391) enumera explicitamente, entre os exemplos de risco diversificável, o

risco de alavancagem, o risco operacional, o risco de concorrência e a variação cambial. A racionalidade é direta: a sensibilidade do fluxo de caixa de cada companhia a oscilações do USD/BRL depende de sua estrutura específica de receitas e custos. Empresas com receitas dolarizadas — Vale, Petrobras, Suzano — tendem a se beneficiar de depreciações do real, ao passo que companhias com passivo em dólar ou insumos importados — companhias aéreas, varejistas eletrônicos — sofrem efeitos adversos. Esse componente peculiar é, portanto, mitigável por diversificação setorial dentro da própria carteira.

A taxa de câmbio USD/BRL, todavia, possui também uma dimensão sistemática. Quando observada como variável agregada da economia, e não como exposição específica de cada empresa, ela atua como canal de transmissão de choques externos para todo o mercado doméstico, afetando simultaneamente a totalidade dos ativos via canais de liquidez, prêmio de risco e expectativas. É precisamente nessa segunda dimensão — sistêmica, agregada e observada em frequência diária no nível do índice — que o câmbio é empregado como regressor exógeno na equação da média deste trabalho. A distinção entre essas duas leituras é fundamental para sustentar a coerência metodológica da especificação adotada.

1.2.3 Risco-país e risco soberano

Para economias emergentes, o risco-país constitui uma dimensão estrutural adicional do risco sistemático. Conforme Assaf Neto (2018), o risco-país sintetiza a percepção dos investidores estrangeiros sobre a estabilidade político-institucional, a solidez fiscal e a capacidade de pagamento do conjunto de devedores — públicos e privados — de uma nação. O risco soberano, mais restrito, refere-se especificamente à capacidade do governo central de honrar suas obrigações em moeda estrangeira. O EMBI+ Brasil (*Emerging Markets Bond Index Plus*), calculado pelo banco JPMorgan Chase, é a principal métrica de mercado para esse risco e expressa, em pontos-base, o prêmio adicional que os títulos brasileiros pagam acima dos *Treasury Bonds* dos Estados Unidos (ASSAF NETO, 2018). Elevações no EMBI+Brasil associam-se historicamente a saídas de capital, depreciação cambial e queda do Ibovespa — uma cadeia que conecta diretamente o ambiente externo à dinâmica do mercado acionário brasileiro e que opera, portanto, como um dos canais subjacentes ao papel desempenhado pelas variáveis exógenas selecionadas neste estudo.

1.3 Volatilidade: conceito, dinâmica e fatos estilizados

Em sentido formal, a volatilidade designa a dispersão estatística dos retornos de um ativo em torno de sua média, calculada para retornos contínuos e voltada a intervalos curtos de tempo (ASSAF NETO, 2018). Quanto maior a amplitude das oscilações de preço, maior o grau de incerteza atribuído à série e, por consequência, maior o risco percebido pelo investidor. A volatilidade não é, contudo, um parâmetro estático: ela responde de forma dinâmica a mudanças no ambiente macroeconômico, a choques externos e à reprecificação coletiva das expectativas dos agentes. Essa característica dinâmica é o ponto de partida conceitual dos modelos da família *AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity/Generalized AutoRegressive Conditional*

Heteroskedasticity (ARCH/GARCH), desenvolvidos para capturar a variação temporal da variância condicional dos retornos.

A literatura de econometria financeira consolidou um conjunto de fatos estilizados que caracterizam as séries de retornos de ativos financeiros e que justificam a adoção de modelos de heterocedasticidade condicional. Morettin (2011) e Brooks (2008) sintetizam esses fatos da seguinte forma. Em primeiro lugar, as séries de preços em nível são tipicamente integradas de ordem um — $I(1)$ —, mas as séries de log-retornos são estacionárias — $I(0)$ —, o que justifica a transformação logarítmica como passo prévio à modelagem. Em segundo lugar, os log-retornos diários apresentam autocorrelação serial baixa ou nula, ao passo que os log-retornos elevados ao quadrado exibem autocorrelação positiva e persistente, evidência direta de heterocedasticidade condicional. Em terceiro lugar, a distribuição empírica dos retornos é tipicamente leptocúrtica — exibe excesso de curtose em relação à normal —, o que justifica o uso de distribuições com caudas pesadas, como a *t* de Student, na estimação. Em quarto lugar, períodos de elevada volatilidade tendem a ser seguidos por períodos de elevada volatilidade, fenômeno conhecido como agrupamento de volatilidade (*volatility clustering*).

Andolfato Filho (2020), em estudo aplicado ao mini Índice Bovespa Futuro, documenta empiricamente esses fatos para o mercado brasileiro: o autor encontrou coeficiente de curtose de 6,19 para os retornos da série, com rejeição da hipótese de normalidade pelos testes de Jarque-Bera e Shapiro-Wilk, e detectou clusters de volatilidade especialmente concentrados nos anos de 2008–2009, associados à crise do subprime. O teste ARCH-LM aplicado aos resíduos de um $AR(1)$ produziu estatística de 133,51, significativa a 1%, confirmando a presença de heterocedasticidade condicional e justificando a aplicação de modelos GARCH. Esses resultados, replicáveis para o Ibovespa à vista, ancoram empiricamente a especificação adotada neste trabalho.

Cada um desses fatos estilizados possui uma interpretação econômica clara. A estacionariedade dos log-retornos reflete o fato de que, em horizontes curtos, os retornos diários flutuam em torno de uma média essencialmente nula — diferentemente dos preços, que seguem um caminho aleatório com tendência estocástica. A ausência de autocorrelação nos retornos é consistente com a forma fraca da Hipótese dos Mercados Eficientes: se retornos passados pudessem prever retornos futuros, arbitragistas explorariam essa previsibilidade até eliminá-la. A presença de autocorrelação nos retornos ao quadrado, contudo, revela que o tamanho dos retornos — e não sua direção — é previsível, o que não viola a HME em sua forma fraca, pois o sinal das variações permanece imprevisível. A leptocurtose, por sua vez, indica que eventos extremos — tanto positivos quanto negativos — ocorrem com frequência substancialmente maior do que a estatística clássica baseada em distribuição normal sugere, fato com implicações diretas para a gestão de risco e que justifica metodologicamente o uso da distribuição *t* de Student na estimação.

O agrupamento de volatilidade, último dos fatos estilizados, merece atenção particular por sua relevância econômica. A interpretação corrente é que mercados financeiros operam sob regimes alternantes: períodos de calma, com baixa dispersão dos preços, e períodos de stress, com alta dispersão. As transições entre esses regimes não são

aleatórias — elas são, ao contrário, persistentes, de modo que a volatilidade de hoje carrega informação sobre a volatilidade de amanhã. Essa propriedade é exatamente o que o componente GARCH(1,1) busca formalizar: a variância condicional do dia t depende tanto do choque imediatamente anterior — captado pelo coeficiente α_1 — quanto da própria variância anterior — captada pelo coeficiente β_1 —, conferindo persistência matemática ao fenômeno empiricamente observado.

O ponto central da discussão é que a volatilidade não decorre de uma única fonte. Ela responde tanto à dinâmica endógena dos preços — capturada pelo componente GARCH — quanto a choques exógenos provenientes de variáveis macroeconômicas observáveis. É essa segunda dimensão — explicitamente modelada via regressores na equação da média do ARMAX — que diferencia a abordagem proposta nesta monografia das aplicações univariadas dominantes na literatura nacional sobre o tema.

1.4 Determinantes macroeconômicos do Ibovespa

A literatura empírica nacional consolidou um conjunto de evidências sobre os principais determinantes macroeconômicos do desempenho do Ibovespa. Este trabalho concentra-se em duas dessas variáveis — a taxa de câmbio USD/BRL e o índice S&P 500 —, escolhidas pela combinação de relevância teórica, frequência diária de observação e disponibilidade contínua de séries históricas para todo o período de análise.

1.4.1 A influência da taxa de câmbio USD/BRL

A dinâmica entre a taxa de câmbio e o mercado acionário brasileiro opera por múltiplos canais de transmissão. Uma desvalorização do real frente ao dólar encarece insumos importados e amplia o serviço de dívidas denominadas em moeda estrangeira, comprimindo margens operacionais e reduzindo o valor esperado dos fluxos de caixa futuros de companhias que dependem dessas variáveis. Em paralelo, a alta cambial pode elevar o custo de oportunidade para o investidor estrangeiro avaliado em sua moeda de origem, precipitando saídas de capital que pressionam adicionalmente os preços dos ativos. O canal opera, contudo, em direções opostas para diferentes setores: companhias exportadoras de commodities — Vale, no segmento de minério de ferro, Petrobras, no de petróleo, Suzano, no de celulose — tendem a se beneficiar de depreciações do real, ao passo que companhias com receitas predominantemente domésticas e custos atrelados ao dólar tendem a sofrer compressão de margens.

Grôppo (2006), em um dos estudos mais citados sobre o tema no Brasil, aplicou um modelo de Vetor Autorregressivo Estrutural (SVAR) à relação entre o Ibovespa e variáveis de política monetária no período de 1995 a 2005. O autor identificou que, dentre as variáveis analisadas — Selic, TJLP, taxa de câmbio e oferta monetária M2 —, a taxa de câmbio foi o maior fator explicativo dos retornos do Ibovespa, respondendo por parcela média de 22,4% da decomposição da variância do erro de previsão no horizonte de doze meses. A matriz de coeficientes de relações contemporâneas estimada pelo procedimento de Bernanke evidenciou coeficiente de $-1,1602$ da taxa de câmbio sobre o Ibovespa, estatisticamente significativo a 1%. A análise de impulso-resposta indicou que uma depreciação inesperada de 10% na taxa de câmbio real reduz, no momento do

choque, o valor da carteira teórica da bolsa em 11,6%, com efeitos negativos persistindo por dois meses antes de uma reversão parcial associada ao ganho de competitividade externa das exportadoras (GRÔPPO, 2006).

Machado, Gartner e Machado (2017), por outro lado, aplicaram um modelo Markov-*switching* dinâmico com mudança na variância para investigar a relação entre o Ibovespa e variáveis macroeconômicas — entre elas a taxa de câmbio — no período de 1999 a 2017. Os autores identificaram que a taxa de câmbio é estatisticamente significativa a 1% em todos os horizontes testados ($k = 1, 3, 6, 12$ e 24 meses), com coeficientes positivos em ambos os regimes — tanto no estado de baixa do mercado quanto no estado de alta. Para $k = 1$, por exemplo, o coeficiente da taxa de câmbio foi de 0,0707 com erro-padrão de 0,0256 ($t = 2,76$), e para $k = 12$ alcançou 0,0660 com erro-padrão de 0,0222 ($t = 2,98$). Os autores interpretam o resultado como confirmação de cointegração de longo prazo entre câmbio e Ibovespa, em consonância com Chen (2009), mas em divergência com Kwon e Shin (1999), que haviam identificado relação negativa em modelo multivariado (MACHADO; GARTNER; MACHADO, 2017).

A discrepância entre os sinais reportados nos dois estudos — negativo em Grôppo (2006), positivo em Machado, Gartner e Machado (2017) — é fonte legítima de debate metodológico e merece tratamento explícito. A diferença pode ser atribuída a três fatores: a natureza do modelo empregado (SVAR estrutural em Grôppo versus Markov-*switching* em Machado et al.), o horizonte temporal de análise (efeito contemporâneo de curto prazo versus cointegração de longo prazo) e o período da amostra (1995–2005 versus 1999–2017, com este último incluindo o ciclo de alta de commodities). A presente monografia retorna a esse ponto no Capítulo 3, comparando o sinal estimado para o coeficiente do câmbio com o reportado por ambos os autores.

1.4.2 A influência do S&P 500 e a integração financeira global

O índice S&P 500, principal *benchmark* do mercado acionário norte-americano, atua como o grande barômetro global do apetite por risco dos investidores institucionais. Seus movimentos orientam, em frequência diária, os fluxos de capital direcionados a mercados emergentes: quando avança em ambiente de baixa aversão ao risco, estimula a busca por retornos em economias periféricas e tende a inflar simultaneamente os preços dos ativos brasileiros; quando recua em cenários de *stress*, deflagra o movimento de *flight to quality*, no qual investidores institucionais reduzem coordenadamente sua exposição a economias emergentes e realocam capital para ativos considerados de menor risco percebido, como os títulos do Tesouro norte-americano.

Righi e Ceretta (2013), em estudo focado na crise do subprime, modelaram a transmissão internacional de volatilidade entre o Ibovespa e os mercados americano, mexicano, argentino e chinês utilizando uma especificação GARCH bivariada. Os autores documentaram a influência significativa do mercado norte-americano sobre o índice brasileiro, com particular intensificação nos períodos de crise. Andolfato Filho (2020), ao revisar a literatura empírica brasileira, sintetiza que a volatilidade dos mercados externos exerce efeito adverso direto sobre o mercado nacional de ações, comportamento esperado para um mercado de capitais aberto e financeiramente integrado ao exterior. Jiang, Ruan

e Li (2018), trabalhando com modificações do GARCH que incorporam medidas de risco realizadas a partir de retornos intradiários, relataram melhorias significativas na estimação e previsão da volatilidade do próprio S&P 500, indicando que a volatilidade futura possui forte relação com o presente momento — propriedade que o componente GARCH(1,1) deste trabalho captura de forma parcimoniosa para o Ibovespa.

A escolha dessas duas variáveis — câmbio USD/BRL e S&P 500 — como regressores exógenos na equação da média é, portanto, ancorada tanto no arcabouço teórico das finanças quanto na evidência empírica nacional e internacional. Os dois indicadores constituem os canais primários, em frequência diária, pelos quais o ambiente macroeconômico global se transmite ao mercado acionário brasileiro e respondem, em conjunto, por parcela substantiva da variação observada nos retornos do Ibovespa.

1.5 Hipótese dos Mercados Eficientes e Hipótese dos Mercados Adaptativos

O arcabouço teórico que organiza a relação entre informação macroeconômica e formação de preços de ativos é a Hipótese dos Mercados Eficientes (HME), sistematizada por Fama (1970). Em sua formulação canônica, um mercado é eficiente quando o preço de um ativo reflete, de forma instantânea e não-tendenciosa, todas as informações disponíveis sobre seus fundamentos. Sob essa condição, nenhum agente conseguiria obter retornos anormais de forma sistemática, pois toda informação relevante já estaria precificada pelo conjunto dos participantes (FAMA, 1970).

Assaf Neto (2018) sintetiza as hipóteses básicas que sustentam um mercado eficiente em seis condições estilizadas: nenhum participante individual influencia isoladamente os preços; o mercado é constituído por investidores racionais que maximizam o trade-off entre risco e retorno; todas as informações estão disponíveis a todos os agentes de forma instantânea e gratuita; não há racionamento de capital; os ativos são perfeitamente divisíveis e negociados sem restrições; e as expectativas dos investidores são homogêneas. Conforme o autor reconhece, tais hipóteses raramente se verificam na prática, mas o conceito não exige que os preços de mercado coincidam sempre com seus valores intrínsecos: requer apenas que os desvios sejam aleatórios, sem viés sistemático, e que nenhum investidor seja capaz de identificar consistentemente ativos com preços em desequilíbrio.

Fama (1970) estrutura a HME em três formas com diferentes graus de abrangência informacional. A forma fraca sustenta que os preços correntes incorporam todo o histórico de preços e volumes passados, tornando a análise técnica incapaz de gerar retornos anormais sistematicamente. A forma semiforte expande a premissa: os preços refletem toda a informação publicamente disponível, incluindo demonstrações contábeis, anúncios corporativos e notícias macroeconômicas. A forma forte sustenta que os preços incorporam até mesmo informações privilegiadas, hipótese contestada empiricamente pela prática do *insider trading*. Para os fins desta monografia, a forma fraca é a mais diretamente relevante, pois questiona a validade de modelos puramente autorregressivos — baseados apenas no passado da própria série — para explicar os retornos do Ibovespa.

O próprio Fama (1991) revisou sua formulação original, admitindo que variáveis macroeconômicas observáveis possuem capacidade preditiva sobre os retornos futuros. A eficiência de mercado passa a ser entendida como condicional ao conjunto de informações utilizadas, e retornos previsíveis com base em variáveis macro não violam a hipótese de eficiência: refletem, ao contrário, variações nos prêmios de risco exigidos ao longo do ciclo econômico. Essa revisão é um dos fundamentos teóricos que legitima a inclusão de regressores como câmbio e S&P 500 na equação da média do modelo ARMAX-GARCH adotado neste trabalho — variáveis cujas séries são observáveis em frequência diária e cujos efeitos sobre o Ibovespa estão documentados pela literatura.

Lo (2004) avançou nessa direção ao propor a Hipótese dos Mercados Adaptativos (HMA), que integra a HME com conceitos de psicologia evolucionária e economia comportamental. Para Lo (2004), a eficiência informacional é um estado dinâmico e variável, condicionado pelo ambiente competitivo e pelo regime de volatilidade vigente. Os mercados alternam entre períodos de maior e menor eficiência conforme a intensidade da competição entre agentes, a estabilidade institucional e a presença de choques exógenos. Dourado e Tabak (2013) testaram a HMA aplicada ao Ibovespa e identificaram que o mercado brasileiro alterna entre regimes de previsibilidade e imprevisibilidade conforme o nível de estabilidade econômica, com maior previsibilidade direcional observada justamente nos momentos de elevada volatilidade — resultado coerente com a expectativa de que choques exógenos macroeconômicos sejam mais determinantes em períodos de *stress*.

Essa interpretação dinâmica da eficiência é particularmente relevante para o caso brasileiro. O período de análise deste trabalho — 2015 a 2025 — engloba episódios bastante heterogêneos em termos de regime de volatilidade: a recessão técnica de 2015-2016 e o ambiente fiscal subsequente, o ciclo de queda da Selic em 2017-2019, o choque sistêmico da Covid-19 em 2020, o ciclo de alta de juros doméstico de 2021-2023 paralelo ao aperto monetário no *Federal Reserve*, e o período de recomposição posterior. Em cada um desses sub-períodos, a relação entre variáveis macroeconômicas e retornos do Ibovespa pode apresentar intensidades distintas, o que justifica empiricamente a abordagem de modelagem da variância condicional — capaz de absorver, em sua dinâmica, as transições entre esses regimes —, e oferece sustentação teórica adicional à inclusão de câmbio e S&P 500 como regressores da equação da média ao longo de todo o período.

A consequência metodológica desse debate teórico é direta. Em primeiro lugar, a previsibilidade detectada em estudos com componentes puramente autorregressivos do Ibovespa pode refletir, ao menos parcialmente, a omissão de variáveis externas estruturais como câmbio e S&P 500. Em segundo lugar, a revisão de Fama (1991) e a HMA de Lo (2004) sustentam, teoricamente, a inclusão dessas variáveis na equação da média. Em terceiro lugar, a alternância de regimes documentada por Dourado e Tabak (2013) fornece evidência adicional de que a relação entre variáveis exógenas e retornos varia ao longo do tempo, em consonância com a noção de volatilidade condicional capturada pelo componente GARCH.

1.6 Referencial empírico dos modelos GARCH no mercado brasileiro

A modelagem econométrica da volatilidade do mercado acionário brasileiro acumulou, nas últimas duas décadas, um conjunto consistente de aplicações empíricas dos modelos da família GARCH. Esta seção apresenta os principais estudos que dialogam com a presente monografia, destacando suas escolhas metodológicas e seus resultados, e situa o trabalho atual frente a esse referencial.

Mota e Fernandes (2004), em um dos primeiros estudos a comparar formalmente o desempenho de estimadores de volatilidade na Bolsa de Valores de São Paulo, examinaram o Ibovespa em dois cortes — 1994 a 1998 e 1998 a 2001 — e concluíram que, naqueles períodos, modelos alternativos mais simples apresentaram desempenho comparável ao GARCH, com vantagem operacional em termos de carga computacional. Mól et al. (2014) ampliaram esse exame ao analisar os índices de *small* e *large caps* da bolsa paulista por meio de modelos ARIMA-GARCH; os autores documentaram a presença de assimetria nas séries de volatilidade e estimaram especificações GARCH(1,1), TARCH(1,1) e EGARCH(1,1), concluindo que choques de volatilidade podem demandar meses até se dissiparem completamente.

Righi e Ceretta (2013), em pesquisa centrada nos efeitos da crise subprime sobre a transmissão internacional de volatilidade, aplicaram um modelo GARCH bivariado entre o Ibovespa e os índices das bolsas americana, mexicana, argentina e chinesa. Os autores chamaram atenção para o fato de, em determinados períodos, o Brasil ter exercido influência maior sobre os demais mercados emergentes do que o inverso, sugerindo que o tradicional sinal de transmissão pode se inverter conforme o regime de mercado. Andolfato Filho (2020) representa uma das aplicações mais detalhadas dos modelos GARCH ao mini Índice Bovespa Futuro: o autor comparou as especificações GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e TGARCH(1,2) e selecionou o TGARCH com distribuição *skewed t* Student como modelo ótimo, com base nos critérios AIC e Bayesiano (BIC). O coeficiente γ_1 estimado, de 0,09 e estatisticamente significativo, confirmou a presença de efeito alavancagem na série brasileira, indicando que choques negativos elevam a volatilidade subsequente em magnitude superior à de choques positivos de mesmo valor absoluto.

Martins Neto e Oliveira (2023), em estudo aplicado ao índice IBrX-50, compararam o desempenho dos modelos GARCH, EGARCH e TGARCH e concluíram que as especificações assimétricas superam a versão simétrica do GARCH(1,1) no ajuste à volatilidade do mercado brasileiro. Esse resultado, alinhado às conclusões anteriores de Mól et al. (2014) e Andolfato Filho (2020), consolidou o entendimento corrente de que o mercado acionário nacional exige tratamento explícito da assimetria via modelos como EGARCH ou TGARCH. Vale notar, contudo, que todos os estudos citados operam em ambiente univariado, modelando a volatilidade do índice brasileiro apenas a partir de sua própria dinâmica histórica, sem incorporação explícita de regressores macroeconômicos exógenos.

A linha empírica que incorpora variáveis exógenas à equação da média do modelo ARMA-GARCH é mais recente e ainda pouco explorada para o Ibovespa em frequência diária. Parwati, Nugrahani e Budiarti (2023), aplicando o modelo ARMAX-GARCH à

série de retornos de uma ação listada na bolsa indonésia durante o período da pandemia da Covid-19, mostraram que a inclusão de variáveis exógenas — no caso, o número diário de casos confirmados e óbitos — melhora substancialmente a precisão preditiva do modelo. As autoras compararam o ARMA(2,1)-GARCH(2,0) sem variáveis exógenas, que produziu um Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE) de 5,01%, com o ARMAX(2,1)-GARCH(1,1) com variáveis exógenas, que reduziu o MAPE para 2,34% — uma melhoria de mais de 50% em precisão. As autoras concluem que a especificação ARMAX-GARCH com fatores macroeconômicos exógenos auxilia na tomada de decisão de investimento ao fornecer projeções mais acuradas e ao reduzir o risco residual associado à volatilidade não modelada (PARWATI; NUGRAHANI; BUDIARTI, 2023).

O quadro empírico apresentado revela, portanto, uma lacuna analítica clara. A literatura brasileira sobre volatilidade do Ibovespa concentra-se quase exclusivamente em especificações univariadas, com forte ênfase na detecção de efeito alavancagem por meio de modelos assimétricos. A linha que combina ARMAX com GARCH e variáveis macroeconômicas observáveis em frequência diária — câmbio e S&P 500 — para o período de 2015 a 2025 permanece, até o momento, sem aplicação sistemática na literatura nacional. É essa lacuna que o presente trabalho se propõe a preencher: ao modelar simultaneamente a equação da média do Ibovespa via ARMAX, com câmbio e S&P 500 como regressores exógenos, e sua variância condicional via GARCH(1,1), pretende-se fornecer uma ferramenta empírica mais ajustada à realidade da economia brasileira, capaz de produzir uma representação mais realista da dinâmica de retorno e risco do principal índice acionário nacional.

1.7 Síntese do referencial e posicionamento da pesquisa

A revisão apresentada ao longo deste capítulo estabelece quatro conclusões que organizam as escolhas metodológicas do trabalho. A primeira é que o risco total de um ativo se decompõe em risco sistemático — agregado, não-diversificável — e risco não-sistemático, que pode ser eliminado por diversificação (MARKOWITZ, 1952; ASSAF NETO, 2018). A taxa de câmbio USD/BRL ocupa posição dual nessa decomposição: é componente do risco não-sistemático no nível da empresa individual, mas constitui canal de transmissão do risco sistemático quando observada como variável agregada da economia brasileira em frequência diária.

A segunda conclusão é que a volatilidade do mercado acionário responde tanto a fatores endógenos — capturados pela dinâmica histórica dos próprios retornos — quanto a choques macroeconômicos exógenos. Os modelos da família ARCH/GARCH oferecem o instrumental econométrico para capturar a dimensão endógena, ao passo que a inclusão de regressores na equação da média via ARMAX permite incorporar a dimensão exógena de forma estruturada (BROOKS, 2008; MORETTIN, 2011).

A terceira conclusão é que a versão revisada da HME, somada à HMA de Lo (2004), sustenta teoricamente a inclusão de variáveis macroeconômicas como preditoras dos retornos: previsibilidade baseada em variáveis macro não viola a eficiência informacional, mas reflete prêmios de risco variáveis no tempo (FAMA, 1991; DOURADO; TABAK, 2013).

A quarta conclusão é que a literatura empírica nacional confirma a relevância do câmbio (GRÔPPO, 2006; MACHADO; GARTNER; MACHADO, 2017) e do S&P 500 (RIGHI; CERETTA, 2013) como determinantes do Ibovespa, mas concentra-se em modelos univariados de volatilidade e em especificações assimétricas como TGARCH e EGARCH (MARTINS NETO; OLIVEIRA, 2023; ANDOLFATO FILHO, 2020). A combinação ARMAX-GARCH com câmbio e S&P 500 como exógenas, para o Ibovespa diário entre 2015 e 2025, configura a lacuna empírica que esta monografia busca preencher. Evidências internacionais como as de Parwati, Nugrahani e Budiarti (2023) sugerem que essa configuração pode produzir ganhos substantivos de ajuste e de capacidade preditiva.

O Capítulo 2 descreve os dados utilizados, a especificação econométrica e os procedimentos de estimação e diagnóstico que operacionalizam essa abordagem.

CAPÍTULO 2 — DADOS E METODOLOGIA

2.1 Caracterização da pesquisa

A pesquisa tem natureza quantitativa e abordagem explicativa: busca identificar e quantificar a influência de variáveis exógenas — taxa de câmbio USD/BRL e índice S&P 500 — sobre a equação da média dos retornos do Ibovespa e sobre o comportamento subsequente da variância condicional. O procedimento técnico adotado é a análise de séries temporais financeiras em alta frequência, com horizonte longitudinal de aproximadamente onze anos de observações diárias.

2.2 Fonte e período de coleta

Os dados utilizados consistem em séries temporais de preços de fechamento diários de três variáveis financeiras: o Índice Bovespa (Ibovespa), a taxa de câmbio USD/BRL — cotação de venda do dólar americano frente ao real — e o índice S&P 500 da bolsa de Nova York. Todas as séries foram coletadas na plataforma Investing.com, que disponibiliza histórico de cotações de fechamento para ampla gama de ativos globais. As cotações são as oficialmente fechadas em cada pregão das respectivas bolsas, sem ajustes adicionais por parte da plataforma.

O período de análise compreende 2 de janeiro de 2015 a 31 de dezembro de 2025. O recorte foi estabelecido por dois critérios complementares. O critério temporal garante amostra suficientemente longa para a estimação confiável de modelos de séries temporais financeiras, contemplando múltiplos ciclos de mercado — momentos de alta liquidez, períodos de stress, fases de transição entre regimes monetários. O critério estrutural assegura a cobertura dos principais episódios de instabilidade sistêmica da última década: a crise político-fiscal brasileira de 2015 a 2016, com o processo de *impeachment* presidencial e a perda do grau de investimento; o choque global da pandemia da Covid-19 em 2020, com *circuit breakers* consecutivos na B3 e contração abrupta da liquidez global; o ciclo de alta de juros conduzido pelo *Federal Reserve* em 2022 e 2023, que pressionou intensamente os mercados emergentes; e o período de recomposição monetária e fiscal subsequente. A cobertura desses episódios é metodologicamente relevante: garante que o modelo seja calibrado em um ambiente com variância suficiente para a identificação adequada dos parâmetros dinâmicos do GARCH.

2.3 Tratamento e harmonização da base de dados

2.3.1 Divergência de calendários e dados ausentes

Um desafio prático na construção desta base é a divergência entre os calendários de feriados brasileiro e norte-americano. O Ibovespa e o câmbio USD/BRL seguem o calendário operacional da B3, que reflete os feriados nacionais brasileiros, enquanto o S&P 500 segue o calendário da *New York Stock Exchange* (NYSE). Há dias em que o mercado brasileiro opera e o norte-americano não, e vice-versa, gerando lacunas entre as séries.

A exclusão simples dos dias com dados faltantes eliminaria observações válidas e reduziria desnecessariamente o tamanho da amostra. Para preservar a integridade

longitudinal da base, adotou-se o procedimento de interpolação pela média: quando um feriado gera valor ausente no dia t , o preço é estimado como a média aritmética entre o fechamento do dia útil imediatamente anterior e o do dia útil imediatamente posterior, conforme a expressão:

$$P_t = (P_{t-1} + P_{t+1}) / 2$$

onde P_t é o preço estimado para o dia faltante, P_{t-1} é o fechamento do dia útil anterior e P_{t+1} é o fechamento do dia útil posterior. O procedimento é adequado para ausências pontuais, isoladas e previsíveis — como as decorrentes de feriados —, cuja ocorrência não está correlacionada com choques de mercado. Como as séries serão transformadas em log-retornos antes da estimação, o impacto residual da interpolação sobre a distribuição final dos retornos é mínimo.

2.3.2 Transformação em log-retornos

Após a harmonização das séries, os preços de fechamento foram transformados em log-retornos diários. Para cada série, o log-retorno no período t é definido como:

$$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

onde P_t é o preço de fechamento no dia t e P_{t-1} é o preço do dia anterior. A adoção de log-retornos é procedimento consolidado na econometria financeira, com três vantagens fundamentais discutidas por Morettin (2011) e Brooks (2008). Primeiro, log-retornos garantem estacionariedade: enquanto séries de preços em nível seguem tipicamente um processo integrado de ordem um — $I(1)$ —, log-retornos são integrados de ordem zero — $I(0)$ —, eliminando o risco de regressão espúria. Segundo, são diretamente interpretáveis como taxas de variação percentual contínuas. Terceiro, a transformação logarítmica reduz a influência de valores extremos sobre a variância amostral, tornando a série mais bem comportada para fins de estimação econométrica. Assaf Neto (2018) reforça que essa transformação é também a base conceitual para o cálculo formal da volatilidade, distinta do desvio-padrão calculado sobre retornos discretos. O resultado final são três séries de log-retornos diários estacionárias — denotadas neste trabalho por r_{IBOV} , r_{CMBIO} e r_{SP500} — cobrindo todo o período de análise.

2.4 Ferramentas computacionais

Toda a análise econométrica deste trabalho foi conduzida no software Gretl (*Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library*), distribuído sob licença GNU/GPL. O Gretl oferece suporte nativo para estimação de modelos ARMAX e da família GARCH com múltiplas distribuições alternativas para os erros, além dos testes de diagnóstico necessários para a validação estatística do modelo final. A escolha se justifica pela qualidade do pacote para séries temporais financeiras, por sua transparência metodológica e por sua ampla utilização em pesquisas acadêmicas nacionais e internacionais sobre o tema.

2.5 Pré-requisitos econométricos para a modelagem ARMAX-GARCH

A estimação de um modelo ARMAX-GARCH(1,1) requer a verificação prévia de um conjunto de pré-requisitos sobre as características das séries temporais utilizadas. Atender a essas condições é o que distingue uma especificação tecnicamente válida de uma especificação que apenas produz coeficientes numéricos sem garantia de inferência confiável.

2.5.1 Estacionariedade das séries

A primeira condição é a estacionariedade — em sentido fraco — das séries empregadas. Conforme Gujarati e Porter (2011), a estimação de modelos lineares com séries não-estacionárias pode gerar o fenômeno da regressão espúria, no qual coeficientes aparecem estatisticamente significativos mesmo quando não há relação econômica subjacente entre as variáveis. Como descrito na seção 2.3.2, a transformação dos preços em log-retornos garante, por construção, séries integradas de ordem zero — $I(0)$. A verificação formal dessa propriedade é conduzida pelo teste *Augmented Dickey-Fuller* (ADF), cuja hipótese nula é a presença de raiz unitária na série. A rejeição da hipótese nula em nível usual de significância — 1%, 5% ou 10% — confirma a estacionariedade. O teste é aplicado às três séries de log-retornos (FIBOV, FCAMBIO e RSP500) como condição prévia para a estimação.

2.5.2 Identificação das ordens p e q

A segunda condição refere-se à identificação das ordens autorregressiva (p) e de médias móveis (q) do componente ARMAX da equação da média. O procedimento padrão combina dois instrumentos complementares: a análise gráfica da Função de Autocorrelação (FAC) e da Função de Autocorrelação Parcial (FACP) dos log-retornos, que sugere ordens candidatas conforme o padrão de defasagens significativas; e a comparação formal entre especificações alternativas por meio dos critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), que penalizam o ajuste por parcimônia. A especificação preferida é aquela que minimiza simultaneamente os dois critérios, ou aquela em que sua escolha é estável a pequenas variações de ordem.

A escolha por uma estratégia comparativa entre especificações alternativas — detalhada na seção 2.7 — permite avaliar empiricamente se, uma vez incluídos câmbio e S&P 500 na equação da média, os termos AR e MA permanecem significativos. A expectativa preliminar, sustentada pela evidência internacional de Parwati, Nugrahani e Budiarti (2023) sobre o ganho preditivo dos modelos ARMAX-GARCH frente aos puramente autorregressivos, é a de que a inclusão de regressores macroeconômicos relevantes na equação da média absorva parte substantiva da dependência serial dos retornos, podendo resultar em uma especificação ARMAX(0,0) reduzida. A verificação empírica dessa expectativa constitui um dos resultados centrais do Capítulo 3.

2.5.3 Exogeneidade dos regressores

A terceira condição é a exogeneidade dos regressores incluídos na equação da média. Em sentido econométrico estrito, a inclusão de uma variável X na regressão de Y exige que X não seja contemporaneamente determinada por Y, sob pena de viés por

simultaneidade. No contexto deste trabalho, a hipótese de exogeneidade é defendida tanto teoricamente quanto pela ordem de magnitude dos mercados: o S&P 500, que reflete cerca de US\$ 50 trilhões em capitalização do mercado norte-americano, é amplamente exógeno em relação ao Ibovespa, cuja capitalização é uma fração reduzida desse valor. A taxa de câmbio USD/BRL, embora possa apresentar feedback marginal do mercado acionário em períodos específicos, é majoritariamente determinada por fluxos de capital, política monetária internacional e fundamentos macro de longo prazo. A literatura empírica nacional — Grôppo (2006), Machado, Gartner e Machado (2017) — trata ambas as variáveis como exógenas em frequência diária, postura adotada também neste trabalho.

2.5.4 Heterocedasticidade condicional

A quarta e última condição é a presença efetiva de heterocedasticidade condicional nos resíduos da equação da média estimada. A justificativa formal para se mover do ARMAX puro para o ARMAX-GARCH(1,1) exige que se demonstre, com rigor estatístico, que os resíduos do componente ARMAX não exibem variância constante. A verificação é feita pelo teste ARCH-LM proposto por Engle (1982): aplica-se uma regressão dos resíduos ao quadrado contra suas defasagens, e a hipótese nula testada é a de ausência de efeitos ARCH. A rejeição da hipótese nula confirma a presença de heterocedasticidade condicional e justifica a especificação subsequente da equação da variância. Andolfato Filho (2020) reportou, para o mini Ibovespa, estatística ARCH-LM de 133,51 com p-valor inferior a 0,01, indicando a expressividade do fenômeno na série brasileira.

2.6 Especificação do modelo ARMAX-GARCH(1,1)

A modelagem adotada estrutura-se em dois componentes complementares: a equação da média condicional, que descreve a trajetória direcional esperada dos log-retornos, e a equação da variância condicional, que descreve a dinâmica do risco. Ambas as equações são estimadas conjuntamente por máxima verossimilhança no Gretl. A nomenclatura ARMAX — *AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs* — descreve com precisão a estrutura adotada, dado que as séries já são transformadas em log-retornos antes da estimação, dispensando o componente integrativo I do modelo ARIMAX original.

2.6.1 Equação da média: ARMAX(p, q)

A equação da média descreve o nível esperado dos log-retornos do Ibovespa em função de seus próprios valores defasados, dos choques passados e das variáveis exógenas contemporâneas. A especificação geral é dada por:

$$r_t = c + \beta_1 \cdot USD_t + \beta_2 \cdot SP500_t + \sum \varphi_i \cdot r_{t-i} + \sum \theta_j \cdot \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

Os parâmetros da equação acima são descritos a seguir:

c — constante da equação da média, interpretada como o retorno autônomo esperado quando as variáveis explicativas são nulas;

β_1 — coeficiente de sensibilidade do Ibovespa ao log-retorno contemporâneo da taxa de câmbio USD/BRL;

β_2 — coeficiente de sensibilidade do Ibovespa ao log-retorno contemporâneo do índice S&P 500;

φ_i — coeficientes autorregressivos de ordem p , que capturam a dependência dos retornos atuais em relação aos retornos passados;

θ_j — coeficientes de médias móveis de ordem q , que capturam a dependência dos retornos atuais em relação aos choques passados;

ε_t — termo de erro estocástico, ou seja, o componente não previsto dos retornos no dia t , cuja variância condicional é modelada pela equação GARCH.

Parwati, Nugrahani e Budiarti (2023) detalham a estrutura geral do ARMA(p, q) e sua extensão ARMAX nos mesmos termos formais aqui adotados, e demonstram empiricamente que a inclusão de regressores exógenos consistentemente reduz o erro de previsão em comparação com a especificação puramente autorregressiva, conforme já discutido na seção 1.6 desta monografia.

A expectativa empírica deste trabalho, sustentada na evidência internacional de Parwati, Nugrahani e Budiarti (2023), é a de que, com a inclusão de USD_t e $SP500_t$ como regressores, os coeficientes φ_i e θ_j percarn significância estatística, podendo resultar em uma especificação ótima ARMAX(0,0) com β_1 e β_2 significativos. Nessa configuração, a totalidade da estrutura de dependência direcional dos retornos seria explicada pelas variáveis macroeconômicas exógenas, em consonância com a revisão da HME proposta por Fama (1991) e com a HMA de Lo (2004). A confirmação empírica dessa expectativa é objeto direto da estratégia de validação descrita na seção 2.7.

2.6.2 Equação da variância: do ARCH ao GARCH(1,1)

O componente da variância captura a dinâmica da volatilidade condicional dos resíduos da equação da média. Conforme exposto na seção 1.6, a literatura empírica documenta extensamente a presença de heterocedasticidade condicional e de clusters de volatilidade nas séries financeiras brasileiras (MÓL et al., 2014; ANDOLFATO FILHO, 2020). O ponto de partida conceitual desse instrumental é o modelo *AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH), proposto por Engle (1982). O ARCH(q) postula que a variância condicional do dia t , denotada por h_t , depende dos quadrados dos choques passados:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \cdot \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \cdot \varepsilon_{t-q}^2$$

onde $\alpha_0 > 0$ é a constante da variância e os coeficientes $\alpha_1, \dots, \alpha_q$ medem o impacto de cada choque passado sobre a volatilidade presente. A limitação prática do modelo ARCH puro, conforme apontado pela literatura subsequente, é a necessidade de incluir um número elevado de defasagens q para capturar adequadamente a persistência empiricamente observada da volatilidade nas séries financeiras (BROOKS, 2008; MORETTIN, 2011).

Bollerslev (1986) resolveu essa limitação ao propor a generalização do modelo — *Generalized ARCH* (GARCH) —, na qual a variância condicional passada entra na própria especificação como variável explicativa. A formulação GARCH(1,1) tornou-se, desde então, a especificação de referência na literatura financeira pela combinação de parcimônia e capacidade de ajuste. A variância condicional é definida como:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot h_{t-1}$$

onde $\alpha_0 > 0$ representa o componente de variância de longo prazo, $\alpha_1 \geq 0$ é o coeficiente ARCH — que mede a reação imediata da volatilidade ao quadrado do choque do dia anterior — e $\beta_1 \geq 0$ é o coeficiente GARCH, que mede a inércia ou persistência da volatilidade, capturando a fração da variância de ontem que se transfere para hoje. A condição matemática $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ deve ser satisfeita para garantir a estacionariedade da variância condicional e a reversão da volatilidade à sua média de longo prazo, dada por $\alpha_0 / (1 - \alpha_1 - \beta_1)$. Brooks (2008) demonstra que o GARCH(1,1) é suficiente para capturar a heterocedasticidade condicional na grande maioria das séries financeiras, configurando a especificação mais parcimoniosa e bem fundamentada disponível para aplicações empíricas.

Os parâmetros α_1 e β_1 admitem interpretação econômica direta. O coeficiente α_1 pode ser entendido como a sensibilidade do mercado ao último choque observado — quanto maior seu valor, mais reativa é a volatilidade a notícias e eventos do dia imediatamente anterior. O coeficiente β_1 , por sua vez, mede a memória de longo prazo da volatilidade — quanto maior seu valor, mais lentamente a volatilidade retorna ao seu nível de equilíbrio após um choque inicial. A soma $\alpha_1 + \beta_1$, denominada persistência da volatilidade, é uma das estatísticas mais informativas do modelo: valores próximos de um indicam que choques têm efeito quase permanente sobre a variância condicional, enquanto valores baixos indicam dissipação rápida. Para o mercado brasileiro, a literatura empírica documenta sistematicamente valores de persistência próximos de um — comportamento consistente com a presença de longa memória na série de volatilidade do Ibovespa (MÓL et al., 2014; ANDOLFATO FILHO, 2020).

A literatura nacional, conforme discutido na seção 1.6, tem apontado para a superioridade das extensões assimétricas — EGARCH e TGARCH — sobre o GARCH simétrico no caso brasileiro (MÓL et al., 2014; ANDOLFATO FILHO, 2020; MARTINS NETO; OLIVEIRA, 2023). A interpretação convencional é a de que choques negativos elevam a volatilidade subsequente mais do que choques positivos de mesma magnitude — o chamado efeito alavancagem. A escolha do GARCH(1,1) simétrico como especificação principal deste trabalho constitui, portanto, uma proposta metodológica deliberada: a hipótese sustentada é a de que, uma vez controlados os principais choques externos na equação da média via ARMAX, os resíduos passem a apresentar comportamento simétrico — sem efeito alavancagem detectável —, tornando a especificação simétrica adequada e parcimoniosa. A verificação empírica dessa proposição é parte central dos resultados apresentados no Capítulo 3.

2.6.3 Estimação conjunta por Máxima Verossimilhança

Os dois componentes do modelo — equação da média ARMAX e equação da variância GARCH(1,1) — são estimados conjuntamente por Máxima Verossimilhança (MLE) no Gretl, em procedimento único de otimização. A distribuição dos erros adotada é a *t* Student com graus de liberdade estimados, escolha justificada pela documentada presença de excesso de curtose nas séries de retornos financeiros (BROOKS, 2008; ANDOLFATO FILHO, 2020). A distribuição *t* é mais adequada do que a hipótese de normalidade para acomodar caudas pesadas, sendo amplamente recomendada nas aplicações empíricas de modelos GARCH para mercados emergentes.

2.6.4 Diagnóstico e validação do modelo

Estimado o modelo final, a qualidade da especificação é avaliada por bateria de testes aplicados aos resíduos padronizados — definidos como o resíduo ε_t dividido pela raiz quadrada da variância condicional estimada $\sqrt{h_t}$. Três verificações são fundamentais. A primeira é a ausência de autocorrelação serial nos resíduos padronizados e em seus quadrados, verificada pelo teste de Ljung-Box; a presença de autocorrelação remanescente indicaria má especificação da equação da média. A segunda é a ausência de efeitos ARCH remanescentes, verificada pelo teste ARCH-LM aplicado aos resíduos padronizados; a manutenção de efeitos ARCH indicaria má especificação da equação da variância. A terceira é a verificação da adequação da distribuição *t* Student aos resíduos padronizados, conduzida por análise gráfica — histograma e gráfico Q-Q —, complementada pela inspeção do coeficiente de curtose.

Comparações entre especificações alternativas — ARMA puro, ARMA-GARCH simétrico, ARMA-GARCH com extensões assimétricas (TGARCH e EGARCH) — são realizadas com base nos critérios AIC e BIC, sob o princípio da parcimônia. A especificação final adotada é aquela que satisfaz simultaneamente os testes de diagnóstico, minimiza os critérios de informação e produz parâmetros economicamente interpretáveis e estatisticamente significativos.

2.7 Estratégia de validação empírica das especificações alternativas

A operacionalização empírica da pesquisa é conduzida pela comparação sistemática entre quatro especificações alternativas, estimadas sobre o mesmo conjunto de dados. A primeira é o modelo ARMA puro, sem regressores exógenos e sem componente GARCH, que serve como benchmark mais simples e estabelece a estrutura de dependência autorregressiva pura dos retornos do Ibovespa. A segunda é o modelo ARMA-GARCH(1,1), que adiciona o componente de variância condicional ao primeiro e testa se a estrutura de heterocedasticidade é estatisticamente justificada. A terceira é o modelo ARMAX-GARCH(1,1) simétrico, especificação principal deste trabalho, que incorpora câmbio e S&P 500 como regressores exógenos. A quarta é a especificação ARMAX com componente assimétrico — TGARCH ou EGARCH —, estimada como verificação adicional para investigar se, controlados os choques externos, ainda subsiste efeito alavancagem nos resíduos.

A comparação entre essas quatro especificações fornece evidência direta para responder à questão central do trabalho. Se o coeficiente do termo autorregressivo perder

significância estatística na transição do ARMA puro para o ARMAX, isso indicará que parte substancial da dependência serial dos retornos é, de fato, explicada pelas variáveis exógenas — e não por inércia autônoma do próprio mercado. Se, adicionalmente, o componente assimétrico do TGARCH ou EGARCH perder magnitude e significância na presença dos regressores macroeconômicos, isso configurará evidência empírica de que a inclusão de câmbio e S&P 500 na equação da média absorve parte dos choques externos que, na ausência dessas variáveis, manifestam-se como assimetria residual na equação da variância.

O objetivo geral do procedimento não é, portanto, defender a priori a superioridade de uma especificação simétrica sobre uma assimétrica em termos absolutos. O objetivo é avaliar se a estimação conjunta da equação da média com variáveis exógenas relevantes — câmbio e S&P 500 — permite obter um modelo cujo acompanhamento da dinâmica de retorno e risco do Ibovespa seja simultaneamente mais realista do ponto de vista econômico e mais parcimonioso do ponto de vista estatístico. A confirmação empírica dessa proposição constitui o resultado central a ser apresentado no Capítulo 3.

A interpretação econômica subjacente é a seguinte. O efeito alavancagem documentado na literatura nacional pode ser interpretado, em uma parte substantiva, como manifestação indireta de choques externos não modelados. Quando o S&P 500 cai abruptamente em um pregão, a queda subsequente do Ibovespa será registrada por um modelo univariado como um choque negativo de origem desconhecida, gerando elevação assimétrica da volatilidade subsequente. Ao incluir o S&P 500 como regressor exógeno na equação da média, parte desse choque é absorvida diretamente pelo coeficiente β_2 , deixando de impactar o termo de erro ε_t . O mesmo raciocínio vale para o câmbio: episódios de depreciação cambial intensa, frequentemente associados a momentos de *stress* sistêmico, deixam de ser tratados como choques residuais e passam a ser explicitamente modelados pelo coeficiente β_1 . Se essa hipótese for empiricamente sustentada, a assimetria nos resíduos deve diminuir substancialmente, e a especificação simétrica passa a ser não apenas suficiente, mas teoricamente preferível pelo princípio da parcimônia.

Adicionalmente, a comparação entre especificações fornece evidência sobre uma questão central da teoria de finanças: a proporção da variação dos retornos do Ibovespa que é explicada por fatores domésticos versus fatores internacionais. Em um cenário no qual β_1 e β_2 são estatisticamente significativos e de magnitude relevante, a interpretação direta é que a economia brasileira opera, em frequência diária, fortemente integrada aos ciclos globais de liquidez e ao apetite por risco dos investidores internacionais. Esse resultado, por sua vez, tem implicações práticas para gestores de portfólio e formuladores de política econômica, ao quantificar a magnitude da exposição do mercado acionário brasileiro ao ambiente externo no período analisado.

CAPÍTULO 3 — ANÁLISE DOS RESULTADOS

3.1 Estrutura da análise empírica

Este capítulo apresenta os resultados da estimação econométrica do modelo ARMAX-GARCH(1,1) aplicado aos log-retornos diários do Ibovespa para o período de 2 de janeiro de 2015 a 22 de dezembro de 2025. A exposição segue a sequência metodológica descrita no Capítulo 2: caracterização estatística das séries, verificação dos pré-requisitos econométricos, estimação comparativa de especificações alternativas, diagnóstico do modelo final, validação preditiva fora da amostra e discussão dos resultados.

A estratégia adotada é deliberadamente comparativa. Em vez de estimar diretamente o modelo principal, estimam-se sete especificações distintas em ordem crescente de complexidade, permitindo isolar o ganho informacional de cada componente adicional — autorregressivo, exógeno, heterocedástico, assimétrico — e identificar a especificação ótima pela combinação de critérios de informação, significância dos parâmetros e parcimônia estatística. A apresentação dos resultados em quatro especificações principais e três especificações de verificação permite responder, de modo empiricamente fundamentado, à pergunta central da pesquisa: a inclusão de variáveis macroeconômicas exógenas na equação da média absorve a dependência serial e a assimetria residual que justificariam, na literatura nacional dominante, o uso de modelos GARCH univariados e assimétricos para o Ibovespa?

3.2 Caracterização estatística das séries

A Tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas dos log-retornos diários das três séries empregadas neste estudo, calculados sobre 2.860 observações. A análise das estatísticas é informativa para confirmar empiricamente os fatos estilizados descritos na seção 1.3 do Capítulo 1 e para orientar a escolha da distribuição condicional adequada na etapa de estimação.

Tabela 1 — Estatísticas descritivas dos log-retornos diários (jan/2015 – dez/2025)

Variável	Média	Mediana	Mín.	Máx.	D.P.	Assimetria	Curtose ex.
ld _{IBOV}	0,000420	0,000638	-0,1599	0,1302	0,01426	-1,0710	17,786
ld _{USDBRL}	0,000254	0,00000	-0,0595	0,0704	0,01003	0,0980	2,4185
ld _{SP500}	0,000428	0,000676	-0,1277	0,0909	0,01105	-0,6864	16,876

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl).

Os retornos médios diários das três séries são positivos e próximos de zero, conforme o padrão de séries financeiras em frequência diária. Em base anualizada, o Ibovespa apresenta retorno médio de aproximadamente 10,6% ($0,000420 \times 252$), o S&P 500 retorno próximo de 10,8% ($0,000428 \times 252$) e o câmbio USD/BRL apresenta

depreciação média de 6,4% ao ano ($0,000254 \times 252$). Esses valores são compatíveis com os fundamentos macroeconômicos do período analisado.

O Ibovespa apresenta o maior coeficiente de variação entre as três séries, com desvio-padrão diário de 1,43%, que corresponde a aproximadamente 22,6% em base anualizada ($0,01426 \times \sqrt{252}$). Esse nível de volatilidade é típico de índices acionários de economias emergentes e supera a volatilidade do S&P 500 (17,5% a.a.) e do câmbio USD/BRL (15,9% a.a.).

Dois resultados merecem destaque por sua relevância metodológica direta. O primeiro é o coeficiente de assimetria negativo do Ibovespa ($-1,071$) e do S&P 500 ($-0,686$), indicando distribuições enviesadas para a cauda esquerda — ou seja, eventos extremos negativos ocorrem com maior frequência e magnitude do que eventos extremos positivos. Esse padrão é consistente com o comportamento típico de séries de retornos acionários, no qual quedas tendem a ser mais abruptas do que altas. O câmbio, em contraste, apresenta assimetria praticamente nula ($0,098$), o que sugere uma distribuição mais simétrica das variações cambiais.

O segundo resultado, particularmente relevante para a escolha metodológica deste trabalho, é o coeficiente de curtose em excesso do Ibovespa, que atinge 17,786 — valor extremamente elevado quando comparado aos 6,19 reportados por Andolfato Filho (2020) para o mini Ibovespa em período distinto e, principalmente, ao valor de referência zero esperado sob distribuição normal. Esse excesso de curtose indica caudas substancialmente mais pesadas que as da distribuição normal, refletindo a alta frequência de eventos extremos que caracteriza o mercado acionário brasileiro no período de análise. O S&P 500 apresenta padrão semelhante (curtose em excesso de 16,876), enquanto o câmbio apresenta excesso de curtose comparativamente moderado (2,42), também acima do esperado sob normalidade. Esses valores fornecem evidência preliminar conclusiva sobre a inadequação da hipótese de normalidade dos retornos e justificam a adoção da distribuição t Student na estimação dos modelos de variância condicional, conforme detalhado na seção 3.5 adiante.

3.3 Verificação dos pré-requisitos econométricos

3.3.1 Estacionariedade das séries

Conforme estabelecido na seção 2.5.1 do Capítulo 2, a estimação consistente de modelos da família ARMAX-GARCH requer séries estacionárias. A Tabela 2 apresenta os resultados do teste *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) aplicado às três séries de log-retornos, com seleção automática do número de defasagens pelo critério AIC a partir de um máximo de 27 defasagens.

Tabela 2 — Teste Augmented Dickey-Fuller (ADF) sobre log-retornos diários

Variável	Defas.	Amostra	Estatística τ	p-valor	Conclusão
ld _{IBOV}	12	2.847	-13,7691	2,17e-31	I(0) ✓
ld _{USDBRL}	0	2.859	-56,7614	0,0001	I(0) ✓
ld _{SP500}	12	2.847	-15,2223	8,03e-36	I(0) ✓

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl). Nota: Teste com constante; defasagens selecionadas pelo critério AIC. Hipótese nula: presença de raiz unitária.

As três séries apresentam estatísticas de teste muito inferiores ao valor crítico a 1% (aproximadamente -3,43), com p-valores praticamente nulos. A hipótese nula de raiz unitária é rejeitada de forma inequívoca em todos os casos. As séries de log-retornos são, portanto, integradas de ordem zero — I(0) —, condição que confirma a adequação da estrutura ARMAX-GARCH aplicada diretamente sobre os log-retornos, sem necessidade de transformações adicionais, e elimina o risco de regressão espúria discutido por Gujarati e Porter (2011).

Vale notar que o teste ADF para o câmbio USD/BRL selecionou automaticamente zero defasagens, com estatística τ extremamente negativa (-56,76). Esse resultado indica que os log-retornos cambiais se comportam de forma particularmente próxima a um ruído branco puro, com pouca dependência serial — comportamento esperado para mercados cambiais altamente líquidos e eficientes em frequência diária.

3.3.2 Heterocedasticidade condicional

A segunda etapa da verificação dos pré-requisitos consiste em demonstrar a presença de heterocedasticidade condicional na série dependente, justificando a aplicação subsequente do componente GARCH. A inspeção das funções de autocorrelação dos log-retornos e dos log-retornos ao quadrado fornece a evidência empírica direta desse fenômeno.

A Tabela 3 apresenta a estatística Q de Ljung-Box para os log-retornos ao quadrado do Ibovespa (r^2_{IBOV}) em diferentes ordens de defasagem, calculada sobre 2.860 observações.

Tabela 3 — Função de autocorrelação dos log-retornos ao quadrado do Ibovespa

Defasagem	FAC	FACP	Estatística Q	p-valor
1	0,5456 ***	0,5456 ***	852,13	0,000
2	0,5628 ***	0,3775 ***	1.759,30	0,000
5	0,3030 ***	-0,0164	2.976,91	0,000
10	0,1286 ***	-0,0065	3.537,16	0,000
15	0,0801 ***	0,0128	3.661,33	0,000
20	0,0381 **	0,0400 **	3.702,87	0,000

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl). Nota: ***, **, * indicam significância a 1%, 5% e 10%, respectivamente. FAC = Função de Autocorrelação; FACP = Função de Autocorrelação Parcial.

Os resultados são contundentes. A autocorrelação dos log-retornos ao quadrado na primeira defasagem alcança 0,546 — magnitude excepcionalmente elevada para uma série financeira — e permanece estatisticamente significativa a 1% até a vigésima defasagem (FAC = 0,038). A estatística Q de Ljung-Box atinge 3.702,87 na vigésima defasagem, com p-valor inferior a 10^{-100} , rejeitando categoricamente a hipótese nula de ausência de autocorrelação nos quadrados.

Esse padrão é a manifestação empírica direta do agrupamento de volatilidade discutido na seção 1.3 do Capítulo 1: períodos de alta volatilidade tendem a ser seguidos por períodos de alta volatilidade, e períodos de calma por períodos de calma. Embora os retornos em si apresentem baixa autocorrelação — em consonância com a forma fraca da Hipótese dos Mercados Eficientes —, o tamanho dos retornos é fortemente previsível. Essa propriedade é exatamente o que justifica formalmente a especificação do componente GARCH na equação da variância condicional, conforme estabelecido por Engle (1982) e Bollerslev (1986).

Esse resultado é confirmado pelo teste de razão de verossimilhança aplicado à passagem do modelo ARMAX puro para o ARMAX-GARCH(1,1), reportado na seção 3.4.3 adiante, que produz estatística $\chi^2(2) = 519,29$ com p-valor próximo de 10^{-113} — evidência adicional inequívoca da relevância do componente heterocedástico.

3.4 Estimação comparativa das especificações

Esta seção apresenta os resultados das sete especificações estimadas, organizadas em duas categorias. Os quatro primeiros modelos (3.4.1 a 3.4.4) constituem o núcleo da análise comparativa e seguem uma sequência de complexidade crescente que isola o ganho informacional de cada componente. Os três últimos modelos (3.4.5) são especificações alternativas estimadas como verificação de robustez e contribuem diretamente para avaliar se a inclusão das variáveis macroeconômicas exógenas absorve

a dependência serial e o efeito alavancagem identificados pela literatura nacional em modelos univariados.

3.4.1 Modelo 1: ARMA(1,1) puro — *benchmark* mínimo

O primeiro modelo estimado é um ARMA(1,1) sobre os log-retornos do Ibovespa, sem variáveis exógenas e sem modelagem da variância condicional. Sua função é estabelecer um piso de comparação que represente o que a melhor estrutura puramente autorregressiva consegue extrair da série.

Tabela 4 — Modelo 1: ARMA(1,1) puro

Parâmetro	Coefficiente	Erro-padrão	z	p-valor
const	0,000420	0,000243	1,73	0,0833 *
ϕ_1 (AR1)	-0,376073	0,093925	-4,00	<0,001 ***
θ_1 (MA1)	0,262467	0,096911	2,71	0,0068 ***
Log-likelihood	8.119,31	AIC	-16.230,61	
BIC	-16.206,78	R ²	0,0148	

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl). Nota: ***, **, * indicam significância a 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Os coeficientes ϕ_1 (AR1) e θ_1 (MA1) são ambos estatisticamente significativos a 1%, indicando que existe estrutura autorregressiva detectável nos log-retornos do Ibovespa quando estes são analisados isoladamente. Contudo, o R² de apenas 1,48% revela que essa estrutura explica uma fração mínima da variação observada — o que é coerente com a forma fraca da Hipótese dos Mercados Eficientes. O resultado central deste modelo é, portanto, estabelecer que existe alguma dependência serial mensurável, embora de magnitude modesta, à qual outros modelos serão comparados.

3.4.2 Modelo 2: AR(1)-GARCH(1,1) com t-Student — incorporação da heterocedasticidade

O Modelo 2 mantém a estrutura autorregressiva e introduz o componente GARCH(1,1) na equação da variância, além de adotar a distribuição t-Student como distribuição condicional dos erros. Não inclui ainda as variáveis exógenas. Os resultados são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 — Modelo 2: AR(1)-GARCH(1,1) com distribuição t-Student

Parâmetro	Coefficiente	Erro-padrão	z	p-valor
Equação da média				
const	0,000730	0,000210	3,48	0,0005 ***
φ_1 (AR1)	-0,045551	0,018473	-2,47	0,0137 **
Equação da variância				
ω	3,80e-06	1,31e-06	2,91	0,0036 ***
α	0,069647	0,013479	5,17	<0,001 ***
β	0,907531	0,018352	49,45	<0,001 ***
ν	8,3095	1,3512	6,15	<0,001 ***
Log-likelihood	8.579,20	AIC	-17.146,40	
BIC	-17.110,65	$\alpha + \beta$	0,977	

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl). Nota: VCV robusta (sanduíche/QML). ν = graus de liberdade da distribuição t.

A introdução do componente GARCH produz salto substancial no ajuste: a log-verossimilhança aumenta de 8.119,31 (Modelo 1) para 8.579,20 (Modelo 2), e o AIC reduz-se de -16.230,61 para -17.146,40 — diferença de 916 pontos em favor do modelo com heterocedasticidade modelada. A persistência da volatilidade, dada por $\alpha + \beta = 0,977$, está próxima de um e estatisticamente inferior, configurando processo estacionário com longa memória — padrão consolidado para séries financeiras brasileiras (MÓL et al., 2014; ANDOLFATO FILHO, 2020).

O coeficiente AR(1) permanece estatisticamente significativo a 5% (-0,0456), e os graus de liberdade da distribuição t são estimados em 8,31, com significância a 1%. O valor finito de ν confirma a inadequação empírica da hipótese de normalidade dos erros e justifica empiricamente o uso da distribuição com caudas pesadas.

3.4.3 Modelo 3: ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) com t-Student — modelo principal

O Modelo 3 incorpora as variáveis exógenas USD/BRL e S&P 500 na equação da média, configurando a especificação ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) que constitui o modelo principal deste trabalho. A ordem do componente ARMA é reduzida a (0,0), conforme será justificado empiricamente na seção 3.4.5. Os resultados são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 — Modelo 3 (principal): ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) com distribuição t-Student

Parâmetro	Coefficiente	Erro-padrão	z	p-valor
Equação da média				
const	0,000505	0,000172	2,94	0,0033 ***
ld _{USDBRL}	-0,509704	0,024538	-20,77	<0,001 ***
ld _{SP500}	0,372371	0,023893	15,59	<0,001 ***
Equação da variância				
ω	2,05e-06	7,58e-07	2,70	0,0070 ***
α	0,057986	0,011649	4,98	<0,001 ***
β	0,923166	0,016167	57,10	<0,001 ***
ν	8,7567	1,4079	6,22	<0,001 ***
Log-likelihood	9.154,50	AIC	-18.295,01	
BIC	-18.253,30	$\alpha + \beta$	0,981	

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl). Nota: T = 2.860 observações. VCV robusta (sanduíche/QML).

O Modelo 3 produz os melhores indicadores de ajuste entre as especificações comparáveis: log-verossimilhança de 9.154,50 e AIC de -18.295,01, representando ganho de 575,30 pontos de log-verossimilhança em relação ao Modelo 2. Todos os parâmetros estimados são altamente significativos. Os resultados podem ser interpretados em três dimensões.

Em primeiro lugar, na equação da média, o coeficiente da taxa de câmbio ($\beta_{USD} = -0,5097$) confirma o sinal negativo previsto na seção 1.4.1 do Capítulo 1: uma depreciação cambial de 1% no log-retorno está associada a uma queda contemporânea de 0,51% no log-retorno do Ibovespa, com significância estatística a 1%. Esse resultado é diretamente consistente com a evidência de Grôppo (2006), que estimou coeficiente contemporâneo de -1,1602 em modelo SVAR, e contrasta com Machado, Gartner e Machado (2017), que reportaram coeficiente positivo em modelo Markov-switching de frequência mensal. A discrepância entre as duas referências pode ser atribuída, conforme discutido no Capítulo 1, à combinação de natureza do modelo, horizonte temporal e

período de amostra. A estimação contemporânea em frequência diária deste trabalho alinha-se ao resultado de Grôppo, dada a maior compatibilidade metodológica.

O coeficiente do S&P 500 ($\beta_{SP500} = +0,3724$) apresenta o sinal positivo esperado: uma valorização de 1% no log-retorno do índice norte-americano associa-se a uma alta contemporânea de 0,37% no Ibovespa, com significância a 1%. Esse resultado quantifica empiricamente o grau de integração financeira do mercado acionário brasileiro com a economia global no período analisado e é coerente com Righi e Ceretta (2013) e Jiang, Ruan e Li (2018), que documentaram fenômenos semelhantes em horizontes e estruturas distintas. A constante de 0,000505, anualizada, corresponde a um *drift* autônomo de aproximadamente 12,7% ao ano, interpretável como o componente do retorno do Ibovespa que não é explicado pelas duas variáveis exógenas.

Em segundo lugar, na equação da variância, os coeficientes ARCH ($\alpha = 0,058$) e GARCH ($\beta = 0,923$) são altamente significativos. O coeficiente α mede a sensibilidade da volatilidade aos choques recentes — quanto maior, mais reativo o mercado a notícias do dia imediatamente anterior. O coeficiente β mede a persistência da volatilidade, capturando a fração da variância de ontem que se transfere para hoje. A soma $\alpha + \beta = 0,981$ indica processo estacionário com persistência elevada, característica empírica consolidada para o mercado acionário brasileiro. A variância incondicional de longo prazo, calculada pela fórmula $\omega / (1 - \alpha - \beta)$, resulta em $1,08e-04$, que corresponde a um desvio-padrão diário de 1,04% e a uma volatilidade anualizada de aproximadamente 16,5% — valor inferior ao desvio-padrão amostral bruto (22,6% a.a.), refletindo o filtro de informação proporcionado pela inclusão das variáveis exógenas.

Em terceiro lugar, os graus de liberdade estimados da distribuição t ($v = 8,76$, $p < 0,001$) confirmam a presença de caudas pesadas e diferem estatisticamente do limite que caracterizaria a distribuição normal ($v \rightarrow \infty$). A validade dessa escolha é discutida formalmente na seção 3.5.

Por fim, o teste de razão de verossimilhança aplicado à passagem do ARMAX puro (Modelo 6) para o ARMAX-GARCH(1,1) confirma a relevância do componente heterocedástico: a estatística $\chi^2(2) = 519,29$ com p-valor de $1,73e-113$ rejeita inequivocamente a hipótese conjunta de que α e β sejam nulos, validando formalmente a necessidade da modelagem GARCH.

3.4.4 Modelo 3-bis: comparação com distribuição Normal e teste de razão de verossimilhança

Para validar formalmente a escolha da distribuição t Student frente à distribuição normal, estimou-se o Modelo 3 com idêntica especificação na equação da média e da variância, alterando apenas a distribuição condicional para Normal. Os resultados comparativos são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 — Modelo 3-bis: ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) com distribuição Normal vs Modelo 3 (t-Student)

Parâmetro	Normal	t-Student	Diferença (%)
const	0,000439	0,000505	15,0%
ld _{USDBRL}	−0,527716	−0,509704	3,4%
ld _{SP500}	0,361026	0,372371	3,1%
ω	2,53e-06	2,05e-06	19,0%
α	0,067597	0,057986	14,2%
β	0,909987	0,923166	1,4%
Log-likelihood	9.111,24	9.154,50	+43,26
AIC	−18.210,48	−18.295,01	−84,53
BIC	−18.174,73	−18.253,30	−78,57

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl). Nota: Diferença percentual calculada em relação à estimativa com t-Student.

A comparação revela dois fatos importantes. Primeiro, os coeficientes da equação da média são extraordinariamente estáveis entre as duas distribuições: as variações nos parâmetros das exógenas são todas inferiores a 4%. Esse resultado confirma empiricamente a propriedade de consistência do estimador QML demonstrada por Bollerslev e Wooldridge (1992): mesmo quando a distribuição condicional é mal especificada, os estimadores dos parâmetros permanecem consistentes, desde que se utilizem erros-padrão robustos. Os coeficientes da variância apresentam diferenças moderadas (entre 1% e 19%), também dentro do esperado para a propriedade QML.

Segundo, a distribuição t produz ajuste substancialmente superior. O teste de razão de verossimilhança formal, sob a hipótese nula de normalidade (que corresponde a $v^{-1} = 0$, dado que a Normal é caso particular da t quando $v \rightarrow \infty$), produz a estatística:

$$LR = 2 \times (9.154,50 - 9.111,24) = 86,52$$

Sob H_0 , a estatística distribui-se como $\chi^2(1)$, com valor crítico a 1% de 6,63. O LR observado é doze vezes superior ao crítico, com p-valor inferior a 10^{-20} , rejeitando inequivocamente a hipótese de normalidade dos resíduos. Pelos critérios de Akaike e Bayesiano, a t-Student é igualmente preferida, com $\Delta AIC = -84,53$ — magnitude muito superior ao limiar de 10 que Burnham e Anderson (2002) consideram evidência decisiva entre modelos.

Adicionalmente, o coeficiente $v = 8,76$ estimado com a t-Student é estatisticamente diferente de infinito ($z = 6,22$, $p < 0,001$), confirmando que a distribuição condicional possui caudas finitas e pesadas. A escolha da distribuição t é, portanto, formalmente sustentada por três argumentos independentes: o teste LR, os critérios de informação e a significância dos graus de liberdade.

3.4.5 Especificações de verificação: ARMAX puro e modelos assimétricos

A última etapa da estimação comparativa testa diretamente, por meio de três especificações de verificação, se a inclusão das variáveis exógenas absorve a estrutura de dependência serial e a assimetria documentadas pela literatura nacional em modelos univariados. A primeira (Modelo 6) é um ARMAX(1,1) puro, sem componente GARCH, que permite avaliar se os termos autorregressivos e de médias móveis permanecem significativos quando câmbio e S&P 500 estão presentes na equação da média. A segunda (GJR-GARCH) e a terceira (EGARCH) são especificações assimétricas da equação da variância, que permitem avaliar se o efeito alavancagem documentado pela literatura brasileira em modelos univariados persiste na presença das variáveis exógenas. A Tabela 8 apresenta os resultados consolidados.

Tabela 8 — Especificações de verificação: ARMAX puro e modelos GARCH assimétricos

Parâmetro	ARMAX(1,1) puro	GJR-GARCH t	EGARCH t
const	0,000316 *	0,000453 ***	0,000438 **
ϕ_1 (AR1)	-0,1302 (p=0,42)	—	—
θ_1 (MA1)	0,0165 (p=0,92)	—	—
ldUSDBRL	-0,514676 ***	-0,506894 ***	-0,504245 ***
ldSP500	0,547774 ***	0,371190 ***	0,372564 ***
γ (assimetria)	—	0,148805 (p=0,050)	-0,033995 (p=0,018)
v	—	8,832 ***	8,378 ***
Log-likelihood	8.850,37	9.156,83	9.153,53
AIC	-17.688,73	-18.297,66	-18.291,06
BIC	-17.652,98	-18.249,99	-18.243,39

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl). Nota: ***, **, * indicam significância a 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Os resultados fornecem evidência empírica direta sobre o efeito de absorção dos choques externos pelas variáveis exógenas, em três dimensões.

A primeira dimensão refere-se à perda de significância dos termos autorregressivos. No ARMAX(1,1) puro estimado com USD e S&P 500 como exógenas, o coeficiente AR(1) apresenta p-valor de 0,42 e o MA(1) apresenta p-valor de 0,92 — ambos completamente não significativos. Comparativamente, no ARMA(1,1) puro sem exógenas (Modelo 1), os mesmos coeficientes eram altamente significativos ($p < 0,001$). A introdução das duas variáveis macroeconômicas absorve, portanto, toda a dependência serial linear que justificaria a manutenção dos termos AR e MA. Esse é o argumento estatístico que fundamenta a especificação ARMAX(0,0) adotada no Modelo 3 principal: AR(1) e MA(1) não são apenas dispensáveis — eles tornam-se redundantes na presença das exógenas.

A segunda dimensão refere-se ao coeficiente de assimetria do modelo GJR-GARCH. O parâmetro γ , que mensura o efeito alavancagem, é estimado em 0,1488 com p-valor de 0,0501 — exatamente no limiar de significância de 5%. Comparativamente, Andolfato Filho (2020) reportou $\gamma = 0,09$ com forte significância para o mini Ibovespa em modelo univariado, e Martins Neto e Oliveira (2023) documentaram assimetria estatisticamente significativa no IBrX-50 também em especificação univariada. No presente trabalho, com as variáveis exógenas controlando os principais choques externos, a assimetria residual da volatilidade reduz-se à beira da significância estatística. A diferença em AIC entre o GARCH simétrico (Modelo 3, AIC = -18.295,01) e o GJR-GARCH assimétrico (AIC = -18.297,66) é de apenas 2,65 pontos — magnitude que, pela regra de Burnham e Anderson (2002), classifica os dois modelos como essencialmente equivalentes. O critério BIC, mais conservador, inclusive favorece a especificação simétrica.

A terceira dimensão refere-se ao EGARCH. O coeficiente γ é significativo a 5% ($p = 0,018$), mas apresenta sinal negativo (-0,034), em contradição direta com a interpretação convencional do efeito alavancagem que prediria sinal positivo. Esse sinal contrário, combinado à magnitude reduzida e à ausência de ganho substantivo de AIC ($\Delta AIC = +3,95$ em relação ao Modelo 3), sugere que o EGARCH está capturando ruído residual de baixa intensidade — não um efeito alavancagem estrutural genuíno.

A síntese dos três resultados é direta. A literatura brasileira documenta consistentemente a superioridade de modelos GARCH assimétricos para o Ibovespa (MÓL et al., 2014; ANDOLFATO FILHO, 2020; MARTINS NETO; OLIVEIRA, 2023). Essa superioridade, contudo, é construída em modelos univariados, nos quais a equação da média é nula ou puramente autorregressiva. Quando se introduzem na equação da média as duas principais variáveis macroeconômicas que afetam o mercado brasileiro em frequência diária — a taxa de câmbio e o S&P 500 —, três fenômenos manifestam-se simultaneamente: os termos autorregressivos perdem significância, a assimetria da distribuição condicional (testada via Skewed T) perde significância, e o efeito alavancagem da variância condicional cai à beira da significância. O modelo simétrico ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) é, portanto, não apenas suficiente, mas teoricamente preferível pelo princípio da parcimônia. Esse padrão de resultados é consistente com a evidência internacional de Parwati, Nugrahani e Budiarti (2023), que demonstraram que a inclusão de regressores exógenos na equação da média de modelos GARCH reduz

substancialmente o erro de previsão em relação a especificações puramente autorregressivas.

3.5 Diagnóstico do modelo principal

Estimado o Modelo 3 como especificação ótima, esta seção avalia sua adequação estatística por meio de quatro verificações: (i) significância individual e conjunta dos parâmetros, (ii) estacionariedade da variância condicional, (iii) adequação da distribuição t Student e (iv) validação preditiva fora da amostra.

A primeira verificação está sumarizada na Tabela 6: todos os sete parâmetros do Modelo 3 são individualmente significativos a 1%, e os testes de razão de verossimilhança contra especificações restritas — Normal (LR = 86,52) e sem componente GARCH (LR = 519,29) — rejeitam categoricamente as restrições, validando a especificação adotada.

A segunda verificação refere-se à estacionariedade da variância condicional. A soma $\alpha + \beta = 0,981$ satisfaz a condição matemática $\alpha + \beta < 1$ exigida pela estacionariedade do GARCH(1,1) (BROOKS, 2008). A proximidade do valor à fronteira indica processo de longa memória, mas estacionário, com reversão lenta à média de longo prazo. Esse comportamento é típico do mercado brasileiro e está documentado em toda a literatura empírica nacional revisada no Capítulo 1.

A terceira verificação refere-se à distribuição condicional. O coeficiente $v = 8,76$ é finito e estatisticamente significativo ($z = 6,22$, $p < 0,001$), confirmando que os erros possuem caudas mais pesadas que a Normal. A análise complementar dos resíduos do GARCH com distribuição Normal (Modelo 3-bis) produz estatística de Jarque-Bera de 3.264,48 ($p < 0,0001$), rejeitando inequivocamente a hipótese de normalidade dos resíduos brutos do modelo. A escolha da t-Student é, portanto, sustentada empiricamente por três argumentos convergentes — teste LR, critérios de informação e Jarque-Bera —, todos discutidos na seção 3.4.4.

A quarta verificação, apresentada a seguir, é a validação preditiva fora da amostra, instrumento adicional de avaliação da adequação do modelo na prática.

3.5.1 Previsão fora da amostra

Para avaliar o desempenho preditivo do modelo em condições reais de aplicação, gerou-se previsão *out-of-sample* para os seis pregões finais do período amostral (de 23 a 30 de dezembro de 2025). Por limitações técnicas do pacote utilizado para estimação com distribuição t — que não dispõe de módulo de previsão integrado —, a previsão pontual foi obtida com a estimação equivalente em distribuição Normal e erros-padrão QML robustos. Conforme demonstrado na seção 3.4.4, os coeficientes da equação da média são, por construção, invariantes à escolha da distribuição condicional sob QML (BOLLERSLEV; WOOLDRIDGE, 1992), e empiricamente as estimativas com Normal e t-Student diferem em menos de 4% — invariância que torna a previsão da Normal substitutos válidos para a inferência substantiva. A Tabela 9 apresenta os resultados.

Tabela 9 — Previsão fora da amostra: ARMAX(0,0)-GARCH(1,1)

Data	Valor real	Previsão	Erro-padrão	IC 95%	Cobertura
23/12/2025	0,01453	0,00866	0,00965	[−0,010 ; 0,028]	✓
24/12/2025	−0,00287	0,00158	0,00967	[−0,017 ; 0,021]	✓
25/12/2025	0,00289	−0,00022	0,00969	[−0,019 ; 0,019]	✓
26/12/2025	0,00272	−0,00119	0,00971	[−0,020 ; 0,018]	✓
29/12/2025	−0,00253	−0,00337	0,00973	[−0,022 ; 0,016]	✓
30/12/2025	0,00395	0,00882	0,00976	[−0,010 ; 0,028]	✓
Estatísticas de avaliação					
MAE	0,00432	RMSE	0,00474	U-Theil	—
Cobertura IC 95%	6/6 (100%)	Viés (UM)	0,031	Distúrbio (UD)	0,946

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da pesquisa (Software Gretl). Nota: Previsão obtida pelo módulo GARCH nativo (distribuição Normal com QML robusto). MAE = Erro Absoluto Médio; RMSE = Raiz do Erro Quadrático Médio; UM, UR, UD = decomposição do erro de Theil. O Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE) não é reportado por configurar artefato matemático em séries de log-retornos próximos de zero.

Os resultados da validação preditiva são bastante favoráveis ao modelo. Todas as seis observações do conjunto de teste situam-se dentro do intervalo de confiança de 95%, indicando que a estimação da variância condicional é adequada — nem subestima nem superestima sistematicamente o risco. A proporção do distúrbio (UD = 0,946) na decomposição do erro de Theil indica que 94,6% do erro de previsão decorre de componente puramente aleatório e não modelável — o que é o melhor cenário possível, pois significa que o modelo capturou praticamente toda a estrutura sistemática dos retornos. Os componentes de viés (UM = 0,031) e de regressão (UR = 0,023) são marginais, confirmando que o modelo não apresenta tendência sistemática de erro em uma direção específica.

O Erro Absoluto Médio (MAE) de 0,00432 e a Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE) de 0,00474 são compatíveis com a escala dos log-retornos diários e com o

desvio-padrão da volatilidade condicional do modelo. O Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE) tradicional não é reportado: como os log-retornos diários são da ordem de 10^{-3} , denominadores próximos de zero produzem MAPEs artificialmente elevados que não refletem a qualidade real do ajuste — situação amplamente documentada na literatura de econometria de séries financeiras.

3.6 Discussão dos resultados

Os resultados apresentados permitem sintetizar as conclusões empíricas do trabalho em quatro dimensões.

Em primeiro lugar, no que se refere à equação da média, o coeficiente negativo e significativo do câmbio ($\beta_{USD} = -0,5097$) corrobora a evidência clássica de Grôppo (2006), que estimou impacto contemporâneo negativo do dólar sobre o Ibovespa. A magnitude estimada neste trabalho — uma desvalorização de 1% do real associa-se a uma queda de aproximadamente 0,51% no Ibovespa — é coerente com a estrutura de transmissão discutida na seção 1.4.1 do Capítulo 1: a depreciação cambial deprecia o valor presente dos fluxos de caixa em moeda local de companhias com receitas dolarizadas, mas o efeito agregado domina pela combinação de saídas de capital estrangeiro, encarecimento de insumos importados e ampliação do serviço de dívidas em moeda estrangeira. O coeficiente positivo e significativo do S&P 500 ($\beta_{SP500} = +0,3724$) confirma a integração do mercado acionário brasileiro aos ciclos globais de apetite por risco — em momentos de alta no mercado norte-americano, o capital estrangeiro tende a alocar recursos em mercados emergentes, e em momentos de *stress*, o movimento de *flight to quality* deprime simultaneamente os ativos brasileiros.

Em segundo lugar, a equação da variância revela um padrão de risco com persistência elevada ($\alpha + \beta = 0,981$) e volatilidade incondicional de longo prazo de aproximadamente 16,5% ao ano. A persistência próxima da unidade indica que choques de volatilidade têm efeitos duradouros: uma elevação inesperada no risco do mercado em determinado pregão demora semanas, ou mesmo meses, para se dissipar plenamente. Esse comportamento é coerente com a literatura empírica nacional e reflete a natureza estrutural do mercado brasileiro, sujeito a múltiplas fontes de instabilidade — fiscal, política, cambial — cujos choques tendem a se propagar lentamente.

Em terceiro lugar, o efeito de absorção dos choques externos pelas variáveis exógenas configura a evidência mais importante do trabalho. A inclusão de câmbio e S&P 500 na equação da média produziu três efeitos simultâneos e concorrentes: anulou a significância dos termos autorregressivos (ϕ_1 com $p = 0,42$ e θ_1 com $p = 0,92$ no Modelo 6), tornou não-significativa a assimetria da distribuição condicional (λ com $p = 0,12$ na especificação *Skewed T*) e reduziu o efeito alavancagem à beira da significância (γ com $p = 0,050$ no GJR-GARCH e sinal contrário ao previsto no EGARCH). A combinação desses três resultados sustenta a interpretação central deste trabalho: a literatura brasileira de modelagem de volatilidade do Ibovespa documenta consistentemente a superioridade de modelos GARCH assimétricos porque opera em ambiente univariado. Ao especificar adequadamente a equação da média com as duas principais variáveis macroeconômicas

que afetam o mercado em frequência diária, a especificação simétrica GARCH(1,1) torna-se não apenas suficiente, mas teoricamente preferível pelo princípio da parcimônia.

Em quarto lugar, o desempenho do modelo é confirmado pela validação preditiva fora da amostra, com cobertura perfeita do intervalo de confiança de 95% e composição do erro de Theil dominada pela parcela puramente aleatória ($UD = 0,946$). Esse desempenho indica que o modelo capturou adequadamente a estrutura sistemática dos retornos do Ibovespa no horizonte analisado e fornece base estatística confiável para o acompanhamento prospectivo da dinâmica de retorno e risco do principal índice acionário brasileiro.

Os resultados empíricos contribuem, portanto, para um aprimoramento metodológico relevante. Eles indicam que a escolha entre modelos GARCH simétricos e assimétricos para o mercado acionário brasileiro depende criticamente da especificação da equação da média: na ausência de regressores macroeconômicos exógenos relevantes, o efeito alavancagem manifesta-se de forma consistente e justifica especificações assimétricas; na presença das exógenas adequadas, esse efeito é majoritariamente absorvido pela equação da média, e o modelo simétrico recupera sua condição de especificação eficiente. A implicação metodológica direta é que pesquisas futuras que busquem modelar a volatilidade do Ibovespa em frequência diária deveriam, como prática padrão, testar a especificação com regressores macroeconômicos exógenos antes de adotar formulações assimétricas, sob pena de superajustar o modelo a um efeito que pode ser, em substancial medida, artefato da omissão de variáveis exógenas relevantes.

CONCLUSÃO

Este trabalho propôs, estimou e validou um modelo ARMAX(0,0)-GARCH(1,1) para os log-retornos diários do Ibovespa entre janeiro de 2015 e dezembro de 2025, com a taxa de câmbio USD/BRL e o índice S&P 500 como regressores exógenos na equação da média. O objetivo central não era apenas ajustar a volatilidade do principal índice acionário brasileiro, mas testar a inclusão de variáveis exógenas: a proposição de que a inclusão dessas variáveis globais na equação da média absorve a dependência serial e a assimetria que a literatura nacional atribui, em modelos univariados, a características intrínsecas da dinâmica do Ibovespa.

Os resultados empíricos fornecem evidência consistente em favor dessa hipótese em três dimensões simultâneas. Primeiro, no que se refere à dependência serial: no modelo ARMAX(1,1) estimado com câmbio e S&P 500 como exógenas, os coeficientes AR(1) e MA(1) apresentaram p-valores de 0,42 e 0,92, respectivamente — completamente não significativos. Comparativamente, esses mesmos coeficientes eram altamente significativos no ARMA puro sem exógenas. A estrutura de dependência autorregressiva dos retornos do Ibovespa é, portanto, explicada não por inércia autônoma da série, mas pela relação contemporânea com as duas variáveis macroeconômicas externas. Essa evidência justifica formalmente a especificação ARMAX(0,0): termos AR e MA são redundantes na presença das exógenas adequadas.

Segundo, no que se refere à assimetria da distribuição condicional: o coeficiente de assimetria da distribuição Skewed t estimada para os resíduos padronizados mostrou-se não significativo, indicando que, controlados os choques externos, a distribuição dos erros é compatível com a t Student simétrica adotada no modelo principal. Terceiro, no que se refere ao efeito alavancagem na variância condicional: o parâmetro gamma do modelo GJR-GARCH ficou exatamente no limiar de insignificância de 5% ($p = 0,050$), e o EGARCH produziu sinal contrário ao previsto pelo efeito alavancagem convencional, sem ganho substantivo de ajuste em relação ao GARCH simétrico. A diferença em AIC entre o GARCH(1,1) simétrico e o GJR-GARCH foi de apenas 2,65 pontos, classificada pela regra de Burnham e Anderson (2002) como evidência de modelos essencialmente equivalentes. O BIC, mais conservador, favorece a especificação simétrica. Enquanto abordagens univariadas tradicionais de gestão de risco — como o RiskMetrics — ou modelos de memória longa recorrem a parametrizações complexas na variância para capturar a persistência temporal, as evidências deste estudo indicam que a especificação robusta da média condicional mitiga a necessidade de tais extensões assimétricas.

Os coeficientes estimados no modelo principal são economicamente interpretáveis e teoricamente coerentes. O coeficiente da taxa de câmbio ($\beta_{USD} = -0,5097$) confirma que uma depreciação de 1% do real frente ao dólar associa-se a uma queda contemporânea de 0,51% no log-retorno do Ibovespa, alinhando-se ao sinal negativo reportado por Grôppo (2006) em modelo SVAR com dados mensais. O coeficiente do S&P 500 ($\beta_{SP500} = +0,3724$) quantifica a integração do mercado acionário brasileiro com o ciclo global de apetite por risco: uma alta de 1% no índice norte-americano associa-se a uma valorização contemporânea de 0,37% no Ibovespa. Na equação da variância, a persistência elevada da volatilidade ($\alpha + \beta = 0,981$) confirma o comportamento de longa

memória documentado pela literatura nacional, ao passo que a volatilidade incondicional de longo prazo implícita no modelo (aproximadamente 16,5% ao ano) é inferior ao desvio-padrão bruto da amostra (22,6% ao ano), refletindo o filtro informacional proporcionado pelas variáveis exógenas.

A escolha da distribuição *t* Student com graus de liberdade estimados ($v = 8,76$) foi validada por três testes independentes: o teste de razão de verossimilhança rejeitou a normalidade com $LR = 86,52$ ($p < 10^{-20}$), os critérios de Akaike e Bayesiano favorecem a *t* Student com $\Delta AIC = -84,53$, e o teste de Jarque-Bera aplicado aos resíduos do modelo com Normal produziu estatística de 3.264,48 ($p < 0,0001$). A validação preditiva fora da amostra — cobrindo os seis pregões finais de dezembro de 2025 — confirmou a adequação do modelo em condições reais: todas as observações se situaram dentro do intervalo de confiança de 95%, com 94,6% do erro de previsão associado ao componente puramente aleatório na decomposição de Theil.

Em conjunto, os resultados possuem uma implicação metodológica direta para a literatura de econometria financeira aplicada ao Brasil. A superioridade dos modelos GARCH assimétricos para o Ibovespa, documentada consistentemente por Mól et al. (2014), Andolfato Filho (2020) e Martins Neto e Oliveira (2023), não constitui uma característica estrutural e permanente do mercado brasileiro. Ela é, ao menos em parcela substancial, um artefato da omissão de variáveis exógenas relevantes na equação da média. Pesquisas que modelem a volatilidade do Ibovespa em frequência diária deveriam, como prática metodológica padrão, testar primeiramente a especificação com regressores macroeconômicos exógenos antes de adotar formulações assimétricas — sob pena de incorrer em sobreajustamento a um efeito parcialmente explicado pela omissão de variáveis observáveis.

Este trabalho apresenta, como toda pesquisa empírica, limitações que abrem caminhos para investigações futuras. A amostra, embora longa (2.860 observações diárias), cobre um único regime cambial e um único arcabouço de política monetária; análises com sub-amostras poderiam investigar a estabilidade dos coeficientes em diferentes regimes de mercado, em consonância com a Hipótese dos Mercados Adaptativos de Lo (2004). A especificação ARMAX(0,0) adota contemporaneidade plena dos regressores; modelos com defasagens nas variáveis exógenas poderiam capturar transmissões com atraso. A inclusão de variáveis adicionais — como o EMBI+Brasil, o índice VIX de volatilidade implícita norte-americana ou os termos de troca de commodities — poderia aprofundar a decomposição dos canais de transmissão do risco externo ao mercado doméstico. Modelos de volatilidade estocástica ou de mudança de regime (Markov-switching GARCH) representam extensões naturais para capturar não-linearidades que o GARCH(1,1) não modela explicitamente.

A contribuição central desta monografia é, portanto, dupla. Em termos empíricos, fornece uma estimativa robusta, validada e economicamente interpretável da sensibilidade contemporânea do Ibovespa à taxa de câmbio e ao S&P 500 para o período de 2015 a 2025 — um dos mais ricos em termos de variação macroeconômica da história recente do Brasil. Em termos metodológicos, demonstra que a especificação da equação da média é uma escolha anterior e logicamente prioritária em relação à escolha entre

modelos GARCH simétricos e assimétricos: as propriedades dos resíduos — e, portanto, a adequação do componente GARCH — dependem criticamente de quão bem a equação da média captura os determinantes sistemáticos dos retornos. Quando câmbio e S&P 500 estão adequadamente modelados, o mercado acionário brasileiro não exige necessariamente a complexidade de uma especificação assimétrica. O GARCH(1,1) simétrico é suficiente — e, pelo princípio da parcimônia, teoricamente preferível.

REFERÊNCIAS

- ANDOLFATO FILHO, A. *Previsão de Volatilidade para o Mini Índice Bovespa*. Monografia (Especialização em Data Science e Big Data) — Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2020.
- ASSAF NETO, A. *Mercado financeiro*. 14. ed. São Paulo: Atlas, 2018.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 31, n. 3, p. 307–327, 1986.
- BOLLERSLEV, T.; WOOLDRIDGE, J. M. Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances. *Econometric Reviews*, v. 11, n. 2, p. 143–172, 1992.
- BROOKS, C. *Introductory Econometrics for Finance*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. *Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach*. 2. ed. New York: Springer, 2002.
- DOURADO, G. de A.; TABAK, B. M. Testing the Adaptive Markets Hypothesis for Brazil. *Brazilian Review of Finance*, v. 12, n. 4, p. 517–553, 2014.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987–1007, 1982.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, v. 25, n. 2, p. 383–417, 1970.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: II. *The Journal of Finance*, v. 46, n. 5, p. 1575–1617, 1991.
- GRÔPPO, G. de S. Relação dinâmica entre Ibovespa e variáveis de política monetária. *Revista de Administração de Empresas*, v. 46, edição especial, p. 72–85, 2006.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. *Econometria básica*. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.
- JIANG, W.; RUAN, Q.; LI, Y. Modeling returns volatility: realized GARCH incorporating realized risk measure. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 500, p. 249–258, 2018.
- LO, A. W. The Adaptive Markets Hypothesis: market efficiency from an evolutionary perspective. *Journal of Portfolio Management*, v. 30, n. 5, p. 15–29, 2004.

- MACHADO, M. R. R.; GARTNER, I. R.; MACHADO, L. S. Relação entre Ibovespa e variáveis macroeconômicas: evidências a partir de um modelo Markov-Switching. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 15, n. 3, p. 435–468, 2017.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- MARTINS NETO, J. E.; OLIVEIRA, L. *Modelagem da volatilidade do Índice IBrX-50 aplicando modelos GARCH, EGARCH e TGARCH*. Anais. Ponta Grossa: UEPG, 2023.
- MÓL, A. L. R. et al. Volatilidades dos índices de ações mid-large cap e small cap: uma investigação a partir de modelos ARIMA/GARCH. *Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade*, v. 4, n. 1, p. 4–29, 2014.
- MORETTIN, P. A. *Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras*. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2011.
- MOTA, B. S.; FERNANDES, M. Desempenho de estimadores de volatilidade na Bolsa de Valores de São Paulo. *Revista Brasileira de Economia*, v. 58, n. 3, p. 429–448, 2004.
- PARWATI, L. S.; NUGRAHANI, E. H.; BUDIARTI, R. Forecasting stock price using ARMAX-GARCHX model during the Covid-19 pandemic. *Mathline: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, v. 8, n. 2, p. 489–502, 2023.
- RIGHI, M. B.; CERETTA, P. S. Efeito da crise de 2007/2008 na transmissão internacional de volatilidade no mercado de capitais brasileiro. *REAd – Revista Eletrônica de Administração*, v. 19, n. 2, p. 384–400, 2013.
- SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964.



DECLARAÇÃO DE APTIDÃO DO TCC

Declaro, para os devidos fins, que a estudante, Kayran matrícula: 20222002100145, regularmente matriculado no 08 semestre letivo do Curso de Ciências Económicas, no turno noturno, da Escola de Direito, Negócios e Comunicação, ESTÁ APTO, a apresentar e submeter seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), conforme disposto no Regulamento Geral Dos Trabalhos de Conclusão Dos Cursos De Graduação (TCC) em banca para avaliação,

Goiânia, 02 de junho de 2026.

Professor/Orientador

Ciente:

Estudante/Acadêmico



PUC GOIÁS



Termo de autorização de publicação de produção acadêmica

O estudante Kayran Josiney Fonseca Neves, do Curso de Ciências Económicas, matrícula 20222002100145, telefone: (62) 9942481 10, e-mail"

kayran.neves@outlook.com, na qualidade de titular dos direitos autorais, em consonância com a Lei no 9.610/98 (Lei dos Direitos do autor), autoriza a Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC Goiás) a disponibilizar o Trabalho de Conclusão de Curso intitulado: Dinâmica do Mercado Acionário Brasileiro: o Impacto do Câmbio e do S&P 5000 na Volatilidade do Ibovespa (2015 — 2025), gratuitamente, sem ressarcimento dos direitos autorais, por 5 (cinco) anos, conforme permissões do documento. em meio eletrônico, na rede mundial de computadores, no formato especificado (Texto (PDF); Imagem (GIF ou JPEG); som (WAVE, MPEG, AIFF, SNS); Vídeo (MPEG, MOV, AVI, QT); outros, específicos da área; para fins de leitura e impressão pela internet, a título de divulgação da produção científica gerada nos cursos de graduação da PUC Goiás.

Goiânia, 02 de junho de 2026.

Assinatura do(s): autor(es);

s): Kayran Fonseca

Nome completo do autor; Kayran Josiney Fonseca Neves

Assinatura do professor- orientador:

Carlos Leão

Nome completo do professor-orientador. Carlos Leão