

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
ESCOLA POLITÉCNICA
GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO



CICLOS HAMILTONIANOS:
UMA ABORDAGEM COM JOGO DE TABULEIRO

PAULO VINICIUS RIBEIRO SUZUKI

GOIÂNIA
2026

PAULO VINICIUS RIBEIRO SUZUKI

CICLOS HAMILTONIANOS:
UMA ABORDAGEM COM JOGO DE TABULEIRO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola Politécnica, da Pontifícia Universidade
Católica de Goiás, como parte dos requisitos para a
obtenção do título de Bacharel em Ciência da
Computação.

Orientador(a): Prof. Me. Fernando G. Abadia

GOIÂNIA

2026

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por ter me concedido força, sabedoria e perseverança durante toda esta caminhada. Nos momentos difíceis, foi minha fé que me manteve firme para continuar buscando meus objetivos.

Aos meus pais, Paulo Giro Suzuki e Wirlane Ribeiro Suzuki, deixo minha eterna gratidão por todo o amor, apoio e incentivo incondicionais. Obrigado por acreditarem em mim mesmo nos momentos em que eu duvidei de mim mesmo, por todos os ensinamentos, esforços e sacrifícios realizados para que eu pudesse chegar até aqui. Esta conquista também pertence a vocês.

Ao meu irmão, Paulo Victor Ribeiro Suzuki, por toda ajuda a mim e por sempre ter ajudado nossos pais de forma dobrada para compensar minha ausência.

Agradeço também a todos os professores que contribuíram para minha formação durante a faculdade, compartilhando conhecimentos, experiências e ensinamentos que levarei para toda a vida. Em especial, ao Professor Alexandre Ribeiro, por ter guiado o início da minha trajetória acadêmica e por mostrar que a programação pode ser algo divertido, despertando ainda mais meu interesse pela área. Ao Professor Fernando Abadia, minha sincera gratidão pelo auxílio, orientação e apoio durante a construção deste Trabalho de Conclusão de Curso.

Aos meus amigos de Tucuruí - Alan, Italo, Edy, Marçal, Lelison e Vitor - agradeço por toda amizade, companheirismo e pelos inúmeros momentos de diversão compartilhados ao longo dos anos. Mesmo com a distância, nossa amizade permaneceu forte e importante em minha vida.

Aos amigos que conheci em Goiânia — Kallel, Kayky, Quezada, Gustavo e Pedro Paulo - deixo também meu agradecimento por toda amizade, apoio e pelos momentos vividos durante essa fase da minha vida. Sem vocês, Goiânia certamente não teria sido uma experiência tão boa e marcante.

Por fim, mas não menos importante, agradeço ao meu amigo Vitor Gabriel, mais conhecido como Sky, por todos os anos de amizade, companhia e momentos divertidos. Sua presença, especialmente nos jogos e nas conversas do dia a dia, tornou muitos momentos mais leves e felizes durante essa jornada.

A todos que, de alguma forma, fizeram parte desta conquista, deixo meu mais sincero agradecimento.

RESUMO

A Teoria dos Grafos constitui uma importante área da Matemática Discreta e da Ciência da Computação, sendo amplamente utilizada na modelagem e resolução de problemas relacionados a redes, conectividade e otimização de rotas. Entre os problemas clássicos dessa teoria destaca-se o problema do ciclo hamiltoniano, que consiste em determinar a existência de um percurso capaz de visitar todos os vértices de um grafo exatamente uma vez e retornar ao vértice inicial. Apesar de sua relevância teórica e prática, a compreensão desse conceito pode ser dificultada por seu elevado nível de abstração. Nesse contexto, o presente trabalho propõe a utilização de um jogo de tabuleiro como ferramenta para representar e analisar a formação de ciclos hamiltonianos em grafos. Para isso, foi desenvolvido um jogo de tabuleiro, baseado em um grafo simples e não direcionado, no qual os participantes devem construir ciclos válidos respeitando diferentes restrições de jogabilidade. Foram implementados dois modos de jogo, diferenciados pela forma de ponderação das arestas, permitindo avaliar o impacto dessas restrições na experiência dos jogadores. A metodologia envolveu o desenvolvimento do protótipo, a realização de sessões experimentais com participantes e a aplicação de um questionário baseado na escala Likert para análise da percepção dos jogadores. Os resultados indicaram que as restrições implementadas influenciaram a tomada de decisão e as estratégias adotadas durante as partidas, embora tenham produzido diferenças mínimas nas métricas quantitativas observadas. Além disso, verificou-se preferência dos participantes pelo sistema de pesos globais, considerado mais equilibrado e justo. Dessa forma, o trabalho demonstra a viabilidade da utilização de jogos de tabuleiro como meio de representar problemas da Teoria dos Grafos, possibilitando a análise prática da influência de restrições sobre a formação de ciclos hamiltonianos.

Palavras-chave: Teoria dos Grafos; Ciclo Hamiltoniano; Jogos de Tabuleiro; Grafos; Restrições de Jogabilidade.

ABSTRACT

Graph Theory is an important field of Discrete Mathematics and Computer Science, widely applied to the modeling and solution of problems involving networks, connectivity, and route optimization. Among the classical problems in this area, the Hamiltonian Cycle Problem stands out, consisting of determining the existence of a path capable of visiting every vertex of a graph exactly once and returning to the starting vertex. Despite its theoretical and practical relevance, understanding this concept may be challenging due to its high level of abstraction. In this context, the present work proposes the use of a board game as a tool to represent and analyze the formation of Hamiltonian cycles in graphs. To achieve this objective, a board game based on a simple undirected graph was developed, in which participants must construct valid cycles while complying with different gameplay restrictions. Two game modes were implemented, differing in the way edge weights are assigned, allowing the evaluation of the impact of these restrictions on the players' experience. The methodology involved the development of a prototype, the execution of experimental sessions with participants, and the application of a Likert-scale questionnaire to analyze players' perceptions. The results indicated that the implemented restrictions influenced decision-making and the strategies adopted during gameplay, although they produced only minor differences in the quantitative metrics observed. Furthermore, participants showed a preference for the global weight system, which was perceived as more balanced and fair. Therefore, this study demonstrates the feasibility of using board games as a means of representing Graph Theory problems, enabling a practical analysis of the influence of restrictions on the formation of Hamiltonian cycles.

Keywords: Graph Theory; Hamiltonian Cycle; Board Games; Graphs; Gameplay Restrictions.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Grafo com 2 vértices.....	12
Figura 2 - Grafo simples simulando uma rede de computadores	13
Figura 3 - Multigrafo simulando rede de computadores	13
Figura 4 - Grafo com arestas adjacentes.....	13
Figura 5 - Grafo regular de grau 3	14
Figura 6 - Pseudografo	14
Figura 7 - Grafo simples com caminhos e ciclos.....	15
Figura 8 - Grafo simples e sua matriz de adjacência.....	16
Figura 9 - Jogo Ticket to Ride.....	17
Figura 10 - Jogo Power Grid	18
Figura 11 - Site canva.com.....	20
Figura 12 - Design inicial das disposições de vértices e arestas	20
Figura 13 - IDE VS Code	21
Figura 14- Vértices sem arestas.....	22
Figura 15 - Vértices enumerados com arestas	23
Figura 16 - Resultado da DFS	25
Figura 17 - Resultado do backtracking.....	27
Figura 18 - Exemplo de Local/Vértice/Tag.....	30
Figura 19- Fundo do tabuleiro.....	30
Figura 20 - Protótipo visual do tabuleiro.....	31
Figura 21- Exemplo de carta (1 - verde).....	31
Figura 22 - Protótipo impresso	32
Gráfico 1 – Compreensão das regras	39
Gráfico 2 - Identificação de ciclo hamiltoniano	39
Gráfico 3 - Planejamento dos movimentos.....	40
Gráfico 4 - Visualização de soluções	40
Gráfico 5 - Exigência de raciocínio	40
Gráfico 6 - Influência dos pesos	41
Gráfico 7 - Limitações de movimento.....	41
Gráfico 8 - Reconsiderar estratégias.....	41
Gráfico 9 - Restrições Desafiadoras	42
Gráfico 10 – Soluções erradas	42
Gráfico 11 - Contribuição das restrições	43
Gráfico 12 - Ciclo válido	43
Gráfico 13 - Confiança nas decisões	43
Gráfico 14 - Compreensão pesos globais	44
Gráfico 15 - Planejamento pesos individuais	44
Gráfico 16 - Decisão pesos individuais	44
Gráfico 17 - Diferenças entre modos.....	45
Gráfico 18 - Preferência pelo peso individual	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Informações do notebook	19
Tabela 2 - Matriz de Adjacência.....	23
Tabela 3 - Dupla 1	36
Tabela 4 - Dupla 2	36
Tabela 5 - Dupla 3	37
Tabela 6 - Dupla 4	37
Tabela 7 - Dupla 5	37
Tabela 8 - Métricas gerais	38

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
2.1 Estudo de Grafos.....	12
2.1.1 Caminhos e Ciclos	15
2.1.2 Matriz de Adjacência	16
2.2 Jogos de Tabuleiro Baseados em Grafos	16
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	19
4. DESENVOLVIMENTO.....	22
4.1 Testes e mudanças iniciais	22
4.2 Metodologia Quest 3x4	28
4.3 Design	29
4.4 Prototipação.....	31
4.5 Regras.....	32
4.6 Mecânicas do jogo	33
4.7 Escala Likert.....	34
5. RESULTADOS	36
5.1 Resultados das partidas	36
5.2 Resultados do questionário	38
5.2.1 Dificuldade percebida	39
5.2.2 Impacto das restrições.....	41
5.2.3 Análise de erros e tomada de decisão	42
5.2.4 Comparação entre modos.....	44
6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	46
6.1 Influência da ponderação das arestas na duração das partidas	46
6.2 Influência das restrições na tomada de decisão.....	46
6.3 Análise de erros na formação dos ciclos hamiltonianos.....	47
6.4 Percepção dos participantes sobre os modos de jogo.....	47
6.5 Relação com a questão de pesquisa	48
6.6 Análise geral do questionário.....	48
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
REFERÊNCIAS.....	52

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PARTICIPANTES	53
---	-----------

1. INTRODUÇÃO

Uma forma simples de definir grafos é interpretá-los como estruturas discretas compostas por vértices e arestas, nas quais os vértices são representados por pontos e as arestas por segmentos que os conectam. De maneira mais formal, um grafo $G=(V,E)$ consiste em um conjunto não vazio de vértices V e um conjunto de arestas E , sendo que cada aresta liga dois vértices, chamados de suas extremidades (ROSEN, 2010).

Os grafos possuem ampla aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, sendo utilizados como modelos para representar problemas reais, como redes de transporte, conexões de computadores, organização de tarefas e relações entre indivíduos. Dessa forma, a Teoria dos Grafos se destaca como uma importante ferramenta para modelagem e resolução de problemas, além de estar diretamente associada ao desenvolvimento de algoritmos e à análise de sua complexidade (ROSEN, 2010).

O surgimento da Teoria dos Grafos remonta ao século XVIII, com o trabalho de Leonhard Euler, que, em 1736, apresentou a solução para o problema das pontes de Königsberg. Esse problema consistia em determinar a existência de um trajeto que atravessasse todas as pontes exatamente uma vez e retornasse ao ponto de origem, episódio frequentemente citado como marco fundador da área. Apesar de sua relevância, o tema permaneceu com poucos avanços por um período significativo, voltando a ganhar destaque a partir do século XIX com o estudo de problemas como o das quatro cores, o ciclo hamiltoniano e a teoria das árvores (SZWARCFITER, 2018).

Dentre esses problemas, destaca-se o problema do ciclo hamiltoniano, que consiste em determinar a existência de um percurso em um grafo que visite todos os vértices exatamente uma vez e retorne ao ponto inicial. Esse problema possui grande importância teórica e prática, sendo também conhecido por sua complexidade, uma vez que não há, em geral, algoritmos eficientes conhecidos para sua resolução em todos os casos (SZWARCFITER, 2018). A decisão sobre a existência de ciclos hamiltonianos em grafos gerais é notoriamente complexa, o que torna relevante examinar como restrições de jogabilidade podem modular a dificuldade prática e a fluidez de resolução em cenários controlados.

Além de sua relevância matemática, o conceito de ciclo hamiltoniano também foi explorado no contexto lúdico por meio do chamado Hamiltonian Game, proposto por William Hamilton, no qual o objetivo era encontrar um percurso em um dodecaedro que passasse por todos os vértices uma única vez. Apesar de representar uma aplicação interessante da teoria, tal

abordagem apresentava limitações, como o foco em apenas um jogador e a ausência de interação competitiva.

Diante desse contexto, observa-se uma lacuna na utilização de jogos como ferramenta para exploração de ciclos hamiltonianos, especialmente em propostas que envolvam múltiplos jogadores e a análise de restrições de jogabilidade. Assim, estabelece-se a seguinte questão de pesquisa: como diferentes restrições de jogabilidade - tais como ponderação de arestas e limitações de movimento - afetam o tempo de partida e a análise de erros na formação de ciclos hamiltonianos em um tabuleiro físico baseado em um grafo simples e não direcionado?

O objetivo geral deste trabalho consiste em avaliar o impacto de restrições de jogabilidade na resolução de ciclos hamiltonianos em um jogo de tabuleiro baseado em grafo. Como objetivos específicos, pretende-se: (I) desenvolver um protótipo físico de tabuleiro com número e organização definidos de vértices e arestas; (II) implementar diferentes restrições de jogabilidade, incluindo ponderação de arestas globais e individuais; (III) conduzir sessões experimentais com participantes adultos/universitários; (IV) mensurar tempo de partida entre diferentes modos de jogo, quantidade de jogadas e percepção de dificuldade e fluidez; e (V) comparar os resultados obtidos e opiniões dos jogadores através da escala likert.

Dessa forma, o estudo busca identificar quais restrições aumentam a dificuldade do jogo, oferecendo subsídios objetivos para decisões de design em jogos baseados em grafos. Além disso, a proposta contribui para a aplicação prática da Teoria dos Grafos ao materializar o problema do ciclo hamiltoniano em um ambiente multijogador controlado, permitindo a observação empírica de métricas de jogabilidade. Aspectos educacionais permanecem fora do escopo deste trabalho, sendo delimitados como possibilidade para pesquisas futuras.

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos necessários para a compreensão do trabalho e abordagens de grafos em jogos de tabuleiro. No Capítulo 3 são descritos os materiais e métodos. No Capítulo 4 são detalhados o desenvolvimento do jogo de tabuleiro proposto, suas mecânicas, regras, componentes e variações de jogabilidade, bem como o processo de avaliação do protótipo por meio de um questionário baseado na escala Likert. No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos a partir das partidas experimentais e das respostas dos participantes ao questionário. No Capítulo 6 é realizada a análise e discussão dos resultados, relacionando os dados obtidos à questão de pesquisa e aos objetivos do trabalho. Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as considerações finais, as limitações do estudo e as sugestões para trabalhos futuros.

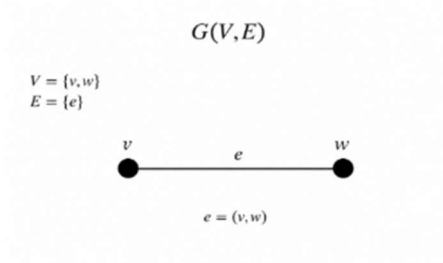
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo serão definidos os principais conceitos e teoremas acerca da teoria dos grafos. Estes serão utilizados como base para a construção e entendimento do jogo de tabuleiro baseado em ciclos hamiltonianos. Também será contextualizado o uso de grafos em jogos de tabuleiros.

2.1 Estudo de Grafos

Um grafo $G(V,E)$ é um conjunto finito não vazio de vértices (V) e um conjunto de arestas (E) de pares não ordenados de elementos distintos de V . Sua visualização pode ocorrer através de uma representação geométrica, de maneira que pontos sem posições fixas no plano simulam os vértices e cada aresta $e = (v,w)$, sendo que $e \in E$, é associada uma linha arbitrária unindo os pontos que correspondem a v,w , a figura 1 demonstra um grafo com 2 vértices. (SZWARCFITER, 2018)

Figura 1- Grafo com 2 vértices



Fonte: Autoria Própria.

Quando duas arestas nunca conectam o mesmo par de vértices e, portanto, cada aresta é conectada a dois vértices diferentes, é chamado de Grafo Simples. Porém, caso haja arestas múltiplas que conectem os mesmos vértices, são chamados de Multigrafos. (ROSEN, 2010)

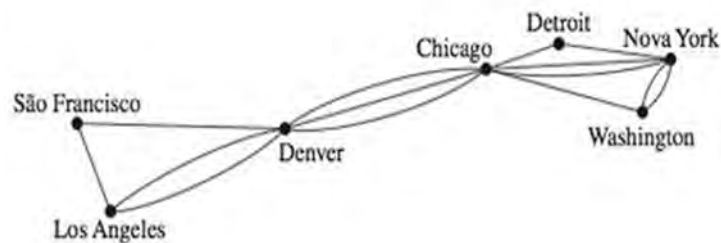
Na figura 2 é mostrado uma rede de computadores que simula um grafo simples, já na figura 3 a mesma rede é um multigrafo.

Figura 2 - Grafo simples simulando uma rede de computadores



Fonte: ROSEN (2010, p. 590)

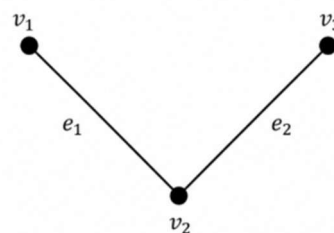
Figura 3 - Multigrafo simulando rede de computadores



Fonte: ROSEN (2010, p. 590)

De acordo com Szwarcfiter, os vértices v e w constituem os extremos, ou extremidades, da aresta e , sendo, portanto, considerados adjacentes. Nesse contexto, diz-se ainda que a aresta e é incidente aos vértices v e w . Além disso, duas arestas que compartilham um mesmo extremo são denominadas arestas adjacentes, assim como exemplificado na figura 4. A partir dessas relações de adjacência, em um grafo $G(V,E)$, define-se o grau de um vértice $v \in V$, denotado por $\text{grau}(v)$, como o número de vértices adjacentes a v . Com base nessa definição, um grafo é denominado regular de grau r quando todos os seus vértices possuem o mesmo grau r , na figura 5 é mostrado um grafo regular de grau 3.

Figura 4 - Grafo com arestas adjacentes



Fonte: Autoria Própria

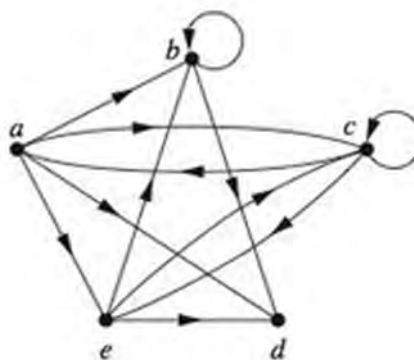
Figura 5 - Grafo regular de grau 3



Fonte: SZWARCFITER (2018, cap. 2)

Um grafo pode ser classificado como não orientado quando suas arestas não possuem direção definida. Já um grafo orientado, também denominado dígrafo, é composto por um conjunto não vazio de vértices e um conjunto de arestas orientadas, chamadas de arcos. Nesse caso, cada aresta está associada a um par ordenado de vértices. Assim, uma aresta associada ao par ordenado (u, v) , inicia-se em u e termina em v . Quando um grafo apresenta simultaneamente arestas orientadas e não orientadas, ele é denominado grafo misto. Além disso, algumas arestas podem formar laços, isto é, conectar um vértice a ele mesmo. Grafos que possuem esse tipo de aresta são chamados de pseudografos. Na figura 6 é apresentado um pseudografo. (ROSEN, 2010)

Figura 6 - Pseudografo

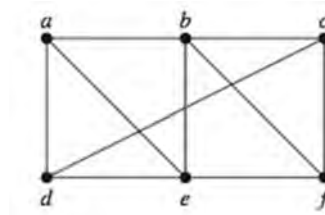


Fonte: ROSEN (2010, p. 612)

2.1.1 Caminhos e Ciclos

Rosen define que, sendo n um inteiro não negativo e G um grafo não orientado. Um caminho de comprimento n , de u até v em G , consiste em uma sequência de n arestas $e_1, \dots, e_n$, em que e_1 está associada a $\{x_0, x_1\}$, e_2 a $\{x_1, x_2\}$, e assim sucessivamente, até e_n , associada a $\{x_{n-1}, x_n\}$, sendo $x_0=u$ $x_n=v$. Quando o grafo é simples, esse caminho pode ser representado pela sequência de vértices $x_0, x_1, \dots, x_n$, uma vez que a listagem desses vértices determina unicamente o caminho. O caminho é denominado ciclo quando começa e termina no mesmo vértice, isto é, quando $u=v$, sendo necessário seu comprimento ser maior que zero. Um caminho ou ciclo é considerado simples quando não contém a mesma aresta mais de uma vez. De maneira informal, define-se que um caminho é uma sequência de arestas que começa em um vértice de um grafo e continua de vértice em vértice seguindo as arestas do grafo. A figura 7 demonstra um grafo simples que contém caminhos e ciclos.

Figura 7 - Grafo simples com caminhos e ciclos



Fonte: Rosen (2010, p. 622)

De acordo com a definição de caminhos e ciclos, alguns exemplos que aparecem nesse grafo são:

- Caminhos: a, b, c, f; a, d, e, b; b, e, f
- Ciclos: a, b, e, a; a, b, c, f, e, d, a;

Com o conceito de caminhos definido, Szwarcfiter então define grafos conexos da seguinte forma: Um grafo $G(V,E)$ é denominado conexo quando existe caminho entre cada par de vértices de G . Caso contrário G é desconexo. A figura 7 ilustrada acima é um exemplo de grafo conexo.

Por fim, como última definição necessária para este trabalho, definiremos o conceito de caminhos e ciclos hamiltonianos. De acordo com Rosen, um caminho simples que passe exatamente uma vez por todos os vértices de um grafo G é chamado de caminho hamiltoniano,

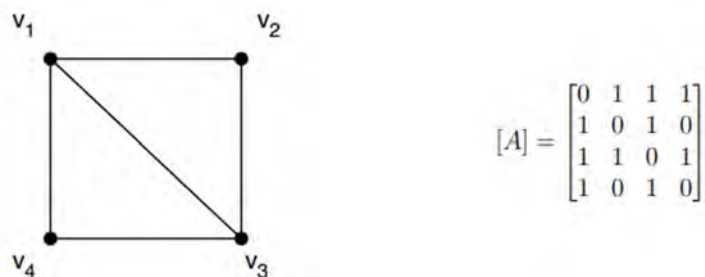
já um ciclo simples em um grafo G que passe exatamente uma vez pelos vértices, é chamado de ciclo hamiltoniano.

2.1.2 Matriz de Adjacência

A matriz de adjacência, representada por $[A]$, é uma matriz quadrada de ordem $n \times n$ utilizada para representar a estrutura de um grafo. Considerando um grafo simples $G = (V, E)$, cada elemento $a_{i,j}$ da matriz indica a existência ou não de uma aresta entre os vértices v_i e v_j . No caso de grafos não dirigidos, a matriz de adjacência apresenta a propriedade de simetria, uma vez que a existência de uma aresta entre v_i e v_j implica igualmente a existência de uma aresta entre v_j e v_i . Assim, a matriz satisfaz a relação $[A] = [A]^T$, o que implica que $a_{i,j} = a_{j,i}$ para todos os pares de vértices do grafo. Dessa forma, $a_{i,j}$ assume valor 1 quando existe uma aresta ligando esses vértices e valor 0 quando essa ligação não existe, conforme definido a seguir (GOMES, 2022). Na figura 8, é demonstrado um grafo e sua matriz de adjacência:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } (v_i, v_j) \in E; \\ 0, & \text{se } (v_i, v_j) \notin E. \end{cases}$$

Figura 8 - Grafo simples e sua matriz de adjacência



Fonte: Gomes (2022, p. 47)

2.2 Jogos de Tabuleiro Baseados em Grafos

Os jogos de tabuleiro têm regras claras para definir o que os jogadores podem ou não fazer, e qual objetivo deve ser alcançado, porém muitos jogos contam com o fator aleatoriedade, seja esse através de dados, roleta ou cartas, que impactam diretamente no resultado. A fim de não ter esse fator de impacto, ou minimizá-lo ao máximo, surgiu-se uma nova categoria de jogos de tabuleiro, chamado de jogos modernos.

Woods afirma que jogos modernos tendem a ser jogos de tabuleiro que privilegiam o papel das mecânicas, tomada de decisões ao invés de somente sorte e controle de conflitos.

Assim, os jogos podem ser vistos não apenas como atividades divertidas, mas também como ambientes estruturados para resolver problemas, onde diferentes estratégias podem levar a resultados diferentes.

Existem muitos tipos de jogos de tabuleiro, e alguns deles podem ser representados por meio de grafos. Nesses jogos, normalmente os vértices do grafo representam lugares, cidades ou pontos de interesse, e as arestas que conectam esses pontos representam as conexões ou caminhos possíveis. Isso significa que a movimentação dos jogadores e a dinâmica do jogo dependem diretamente da estrutura de conexões no tabuleiro.

Um exemplo bem conhecido é o jogo Ticket to Ride, mostrado na figura 9, onde as cidades são os vértices e as ferrovias que as conectam são as arestas. Os jogadores precisam planejar rotas e estabelecer conexões entre diferentes regiões do mapa, o que torna a análise da rede de transporte essencial para a estratégia.

Figura 9 - Jogo Ticket to Ride



Fonte: tabuleirocriativo.com.br

Na figura 10 é exemplificado outro jogo, o Power Grid, onde os jogadores expandem redes de distribuição de energia conectando cidades no tabuleiro, permitindo que a expansão da rede seja analisada como um problema de conectividade.

Figura 10 - Jogo Power Grid



Fonte: ludopedia.com.br

Esses exemplos mostram que os grafos podem ser fundamentais na criação de mecânicas de jogos de tabuleiro, servindo não apenas como representação visual do espaço de jogo, mas também como elemento que define as possibilidades de movimentação, conexão e planejamento estratégico

O jogo proposto usa explicitamente um grafo simples e não direcionado como estrutura principal do tabuleiro. No entanto, diferente dos jogos citados anteriormente, a proposta desenvolvida tem como objetivo central a formação de ciclos hamiltonianos. Isso significa que o desafio para os jogadores não é apenas navegar por uma rede de pontos e linhas, mas construir um percurso que visite todos os pontos exatamente uma vez e retorne ao ponto inicial, respeitando as restrições de jogabilidade impostas pelas regras do jogo. Essa característica aproxima a experiência de jogo de um dos problemas clássicos estudados pela Teoria dos Grafos, estabelecendo uma ligação entre conceitos matemáticos formais e sua aplicação em um sistema lúdico baseado em tomada de decisão e resolução de problemas.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Tendo em vista a necessidade de uma metodologia estruturada para a construção do jogo de tabuleiro, foi necessário realizar pesquisas bibliográficas acerca de grafos que é a base do jogo e foi preciso procurar uma metodologia sobre criação de jogos de tabuleiro que se adequasse ao projeto.

Para o início do trabalho, foram reunidas bibliografias acerca de grafos, estas foram utilizadas para embasamento dos conceitos de grafos necessários para o entendimento da proposta do jogo. Nesta etapa foram utilizados principalmente os livros: Teoria Computacional de Grafos: Os Algoritmos do autor Jayme Swzarcfiter e Matemática Discreta e Suas Aplicações do autor Kenneth Rosen.

Após isso, iniciou-se a procura de encontrar uma metodologia de construção para o tabuleiro que se adequasse ao tema proposto. Nessa pesquisa encontrou-se o paper que se intitula: Como fazer Jogos de Tabuleiro: Manual Prático escrito por Marcelo La Carretta e publicado pela SBG (Simpósio Brasileiro de Jogos e Entretenimento Digital) que é promovido pela SBC (Sociedade Brasileira de Computação), ele definia a metodologia de construção de jogos de tabuleiro através de um sistema chamado Quest 3x4, que será abordado e explicado durante o processo de criação.

A segunda parte do trabalho foi desenvolver o design e conceitos do tabuleiro utilizando as ideias e regras da pesquisa realizada. Para a construção do projeto foi utilizado o notebook Dell G15-a0700. O sistema operacional utilizado nessa máquina é o Windows 11. A tabela 1 mostra informações adicionais sobre o notebook.

Tabela 1 – Informações do notebook

Memória RAM	16 Gb (DDR4, 3200Mhz)
Processador	AMD Ryzen 7 5800H (3.20 GHz)
Placa de vídeo	NVIDIA GeForce RTX 3060 Laptop GPU (6 GB)

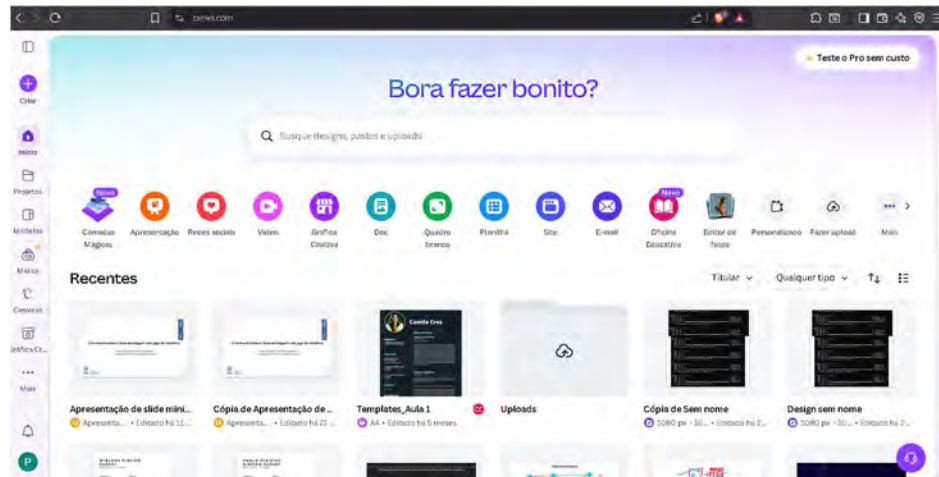
Fonte: Autoria própria

De acordo com a metodologia Quest 3x4, como o sistema funciona deve ser feito antes de desenvolver narrativa, estética ou acabamento gráfico, portanto inicialmente foi pensado nos seguintes pontos:

- como os vértices e arestas serão organizados;
- quais regras controlam a movimentação;

Então foi utilizado o site Canva.com, mostrado na figura 11, ele é um site de design com ferramentas gratuitas e pagas, nele foi feita a primeira disposição visual dos vértices e arestas do tabuleiro.

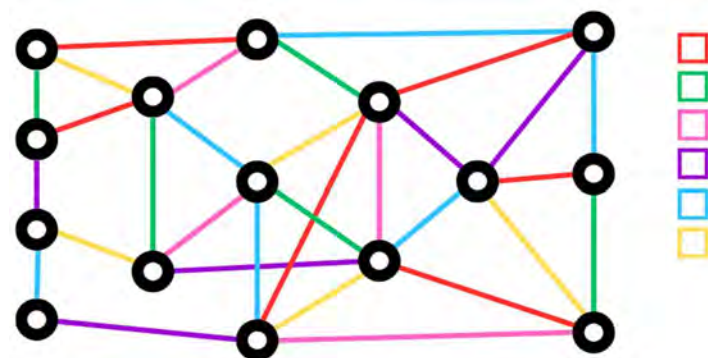
Figura 11 - Site canva.com



Fonte: Autoria própria

O primeiro modelo, como exemplificado na figura 12, consistia em 15 vértices e 31 arestas com 6 colorações distintas, na lateral direita havia quadrados com as mesmas 6 cores das arestas que serviriam para marcar o valor de cada cor, que será explicado futuramente no funcionamento do jogo.

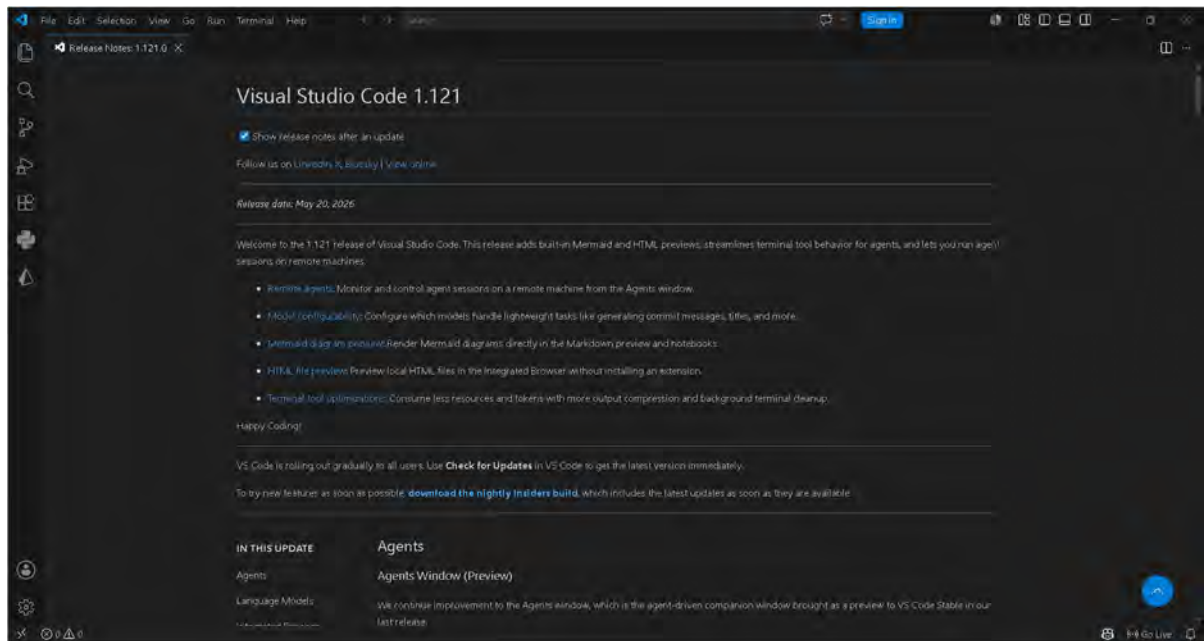
Figura 12 - Design inicial das disposições de vértices e arestas



Fonte: Autoria própria.

Foi necessário também que em alguns momentos fossem feitos testes no grafo modelo a fim de garantir algumas propriedades como: Verificar se o grafo é conexo e a principal, garantir a possibilidade de formação de ciclos hamiltonianos. Para isso utilizou-se 2 algoritmos: DFS e Backtracking para as respectivas verificações. Tais algoritmos foram rodados na linguagem C++ juntamente com a IDE VS Code, mostrada na figura 13.

Figura 13 - IDE VS Code



Fonte: Autoria Própria.

4. DESENVOLVIMENTO

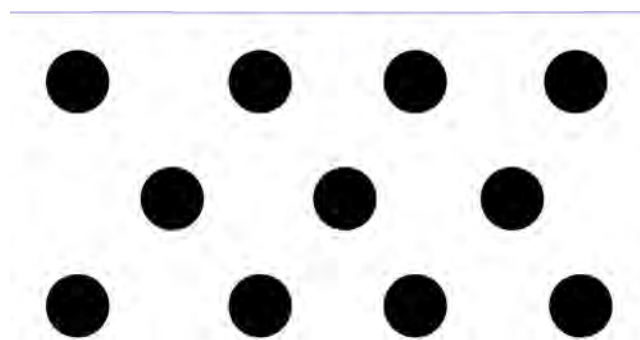
O jogo de tabuleiro desenvolvido é composto de 1 tabuleiro, 36 cartas numeradas de 1 a 6 com um total de 6 cores diferentes e 22 tags (Imagem dos locais), além de 2 peões com cores diferente e um dado com 6 faces. O tabuleiro simulará um grafo com 11 vértices que serão os locais que deverão ser visitados com o intuito de formar um ciclo hamiltoniano, ou seja, a partir de um local de início o intuito é visitar os demais locais uma única vez com o movimento final sendo efetuado no local de início. As arestas que ligarão esses locais, apresentarão uma distribuição com 6 cores distintas, nos quais seus pesos serão atribuídos pelas cartas.

4.1 Testes e mudanças iniciais

Ainda nas concepções iniciais do jogo, o tamanho do tabuleiro foi pensado para cobrir o tamanho de uma folha A3 (29,7 x 42 cm), porém, com 15 vértices e tentando manter a disposição dos vértices de acordo com a figura 12, o primeiro problema surgiu: Os vértices que futuramente virarão os locais, ficariam em uma escala que prejudicariam sua visão e, portanto, foi necessário rearranjar a quantidade de vértices, de maneira que os tamanhos dos locais fiquem bem visíveis, optou-se por diminuir a quantidade de vértices totais para 11. Os quadrados coloridos que estavam localizados no lado direito da figura 12 serviriam como marcação do valor das arestas, sendo necessário no início do jogo, sortear a ponderação de cada aresta baseado no valor que cair no dado. Porém foram trocados pelas cartas com intuito de ganhar mais espaço no tabuleiro e deixá-lo com uma estética mais limpa visualmente.

Após isso, utilizando do site canva.com, dispôs-se os 11 vértices sem arestas, a fim de verificar o espaço que restaria para criação das arestas, o resultado pode ser visto na figura 14.

Figura 14- Vértices sem arestas

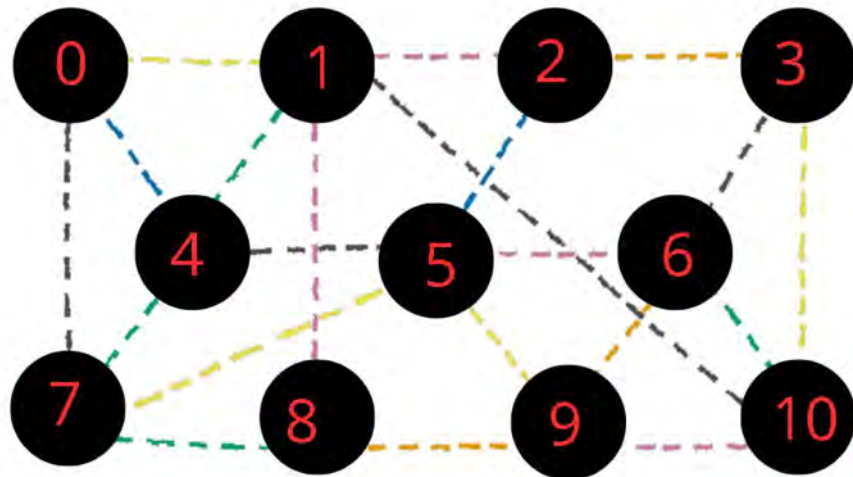


Fonte: Autoria própria.

Em seguida foram feitas arestas entre os vértices e numerados os vértices com o intuito de gerar uma matriz de adjacência para então verificar se o grafo gerado é um grafo conexo.

A figura 15 mostra as arestas adicionadas e os vértices numerados.

Figura 15 - Vértices enumerados com arestas



Fonte: Autoria própria

Para verificar se o grafo proposto na figura 15 é conexo e analisar quantidade de possibilidades de formação de ciclos hamiltonianos, foi construída sua matriz de adjacência, apresentada na tabela 2.

Tabela 2 - Matriz de Adjacência

Vért.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
2	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
4	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
6	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
7	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
10	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0

Fonte: Autoria própria

Com a matriz de adjacência elaborada e um código de DFS, descrito abaixo, feito na linguagem C++, podemos verificar se o grafo é conexo ou não.

```

#include <iostream>
using namespace std;

int matriz[11][11];
bool visitado[11];
int n; // quantidade de vértices

// DFS usando matriz de adjacência
void dfs(int v) {
    visitado[v] = true;

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        // Se existe aresta e o vértice ainda não foi visitado
        if (matriz[v][i] == 1 && !visitado[i]) {
            dfs(i);
        }
    }
}

// Verifica se o grafo é conexo
bool Conexo() {
    // Inicializa todos como não visitados
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        visitado[i] = false;
    }

    // Começa DFS pelo vértice 0
    dfs(0);

    // Verifica se todos foram visitados
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        if (!visitado[i]) {
            return false;
        }
    }

    return true;
}

int main() {
    cout << "Digite a quantidade de vertices: ";
    cin >> n;

    cout << "Digite a matriz de adjacencia:\n";

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            cin >> matriz[i][j];
        }
    }

    if (Conexo()) {
        cout << "O grafo eh conexo.\n";
    } else {
        cout << "O grafo nao eh conexo.\n";
    }
}

```

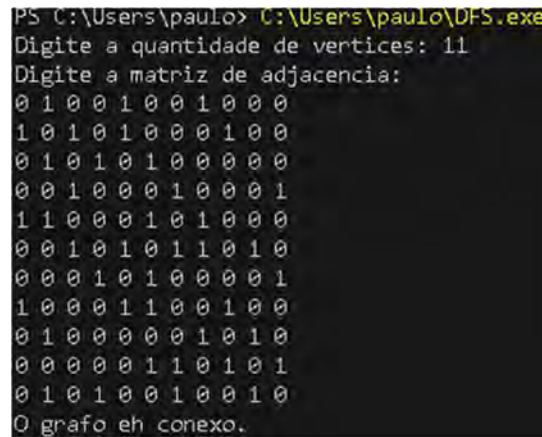
```

    return 0;
}

```

Ao final da execução do algoritmo de DFS, obtemos a resposta esperada acerca do nosso grafo, como mostrado na figura 16, nosso grafo é conexo.

Figura 16 - Resultado da DFS



```

PS C:\Users\paulo> C:\Users\paulo\DFS.exe
Digite a quantidade de vertices: 11
Digite a matriz de adjacencia:
0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0
0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0
0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1
1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0
0 0 1 0 1 0 1 1 0 1 0
0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0
0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1
0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 0
O grafo eh conexo.

```

Fonte: Autoria própria.

Sabendo que o grafo é conexo, parte-se então para a segunda verificação necessária: contar a quantidade de ciclos hamiltonianos que é possível com todos os vértices do grafo, para isso foi utilizado um programa simples que utiliza da técnica de backtracking, mostrado abaixo:

```

#include <iostream>
using namespace std;

const int MAX = 20;

int grafo[MAX][MAX];
int caminho[MAX];
bool visitado[MAX];

int n;
int totalCiclos = 0;
int verticeInicial;

// Imprime o ciclo encontrado
void imprimirCiclo() {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cout << caminho[i] << " -> ";
    }

    cout << caminho[0] << endl;
}

// Verifica se pode adicionar o vértice

```

```

bool podeAdicionar(int vertice, int posicao) {

    // Precisa existir aresta
    if (grafo[caminho[posicao - 1]][vertice] == 0)
        return false;

    // Não pode repetir vértice
    if (visitado[vertice])
        return false;

    return true;
}

// Backtracking
void hamiltoniano(int posicao) {

    // Caso base
    if (posicao == n) {

        // Último precisa ligar ao inicial
        if (grafo[caminho[n - 1]][caminho[0]] == 1) {

            totalCiclos++;

            cout << "Ciclo " << totalCiclos << ": ";
            imprimirCiclo();
        }

        return;
    }

    // Testa todos os vértices
    for (int v = 0; v < n; v++) {

        if (podeAdicionar(v, posicao)) {

            caminho[posicao] = v;
            visitado[v] = true;

            hamiltoniano(posicao + 1);

            // BACKTRACK
            visitado[v] = false;
        }
    }
}

int main() {

    cout << "Quantidade de vertices: ";
    cin >> n;

    cout << "Digite a matriz de adjacencia:\n";

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            cin >> grafo[i][j];
        }
    }
}

```

```

cout << "Escolha o vertice inicial: ";
cin >> verticeInicial;

// Inicializa vetores
for (int i = 0; i < n; i++) {
    visitado[i] = false;
}

// Define início do caminho
caminho[0] = verticeInicial;
visitado[verticeInicial] = true;

// Executa backtracking
hamiltoniano(1);

cout << "\nQuantidade total de ciclos hamiltonianos: "
    << totalCiclos << endl;

return 0;
}

```

A figura 17 mostra o resultado da segunda verificação necessária em nosso grafo.

Figura 17 - Resultado do backtracking

```

Ciclo 16: 0 -> 4 -> 5 -> 9 -> 10 -> 6 -> 3 -> 2 -> 1 -> 8 -> 7 -> 0
Ciclo 17: 0 -> 4 -> 7 -> 5 -> 2 -> 3 -> 6 -> 10 -> 9 -> 8 -> 1 -> 0
Ciclo 18: 0 -> 4 -> 7 -> 8 -> 9 -> 5 -> 2 -> 3 -> 6 -> 10 -> 1 -> 0
Ciclo 19: 0 -> 4 -> 7 -> 8 -> 9 -> 5 -> 6 -> 10 -> 3 -> 2 -> 1 -> 0
Ciclo 20: 0 -> 4 -> 7 -> 8 -> 9 -> 6 -> 5 -> 2 -> 3 -> 10 -> 1 -> 0
Ciclo 21: 0 -> 4 -> 7 -> 8 -> 9 -> 10 -> 3 -> 6 -> 5 -> 2 -> 1 -> 0
Ciclo 22: 0 -> 7 -> 4 -> 5 -> 2 -> 3 -> 6 -> 10 -> 9 -> 8 -> 1 -> 0
Ciclo 23: 0 -> 7 -> 5 -> 2 -> 3 -> 6 -> 10 -> 9 -> 8 -> 1 -> 4 -> 0
Ciclo 24: 0 -> 7 -> 8 -> 1 -> 2 -> 3 -> 6 -> 10 -> 9 -> 5 -> 4 -> 0
Ciclo 25: 0 -> 7 -> 8 -> 1 -> 2 -> 3 -> 10 -> 9 -> 6 -> 5 -> 4 -> 0
Ciclo 26: 0 -> 7 -> 8 -> 9 -> 5 -> 2 -> 3 -> 6 -> 10 -> 1 -> 4 -> 0
Ciclo 27: 0 -> 7 -> 8 -> 9 -> 5 -> 6 -> 10 -> 3 -> 2 -> 1 -> 4 -> 0
Ciclo 28: 0 -> 7 -> 8 -> 9 -> 6 -> 3 -> 10 -> 1 -> 2 -> 5 -> 4 -> 0
Ciclo 29: 0 -> 7 -> 8 -> 9 -> 6 -> 5 -> 2 -> 3 -> 10 -> 1 -> 4 -> 0
Ciclo 30: 0 -> 7 -> 8 -> 9 -> 6 -> 10 -> 3 -> 2 -> 5 -> 4 -> 1 -> 0
Ciclo 31: 0 -> 7 -> 8 -> 9 -> 10 -> 1 -> 2 -> 3 -> 6 -> 5 -> 4 -> 0
Ciclo 32: 0 -> 7 -> 8 -> 9 -> 10 -> 3 -> 6 -> 5 -> 2 -> 1 -> 4 -> 0
Ciclo 33: 0 -> 7 -> 8 -> 9 -> 10 -> 6 -> 3 -> 2 -> 5 -> 4 -> 1 -> 0

Quantidade total de ciclos hamiltonianos: 33

```

Fonte: Autoria própria.

Sabendo que o modelo atual de grafo é conexo e há 33 possibilidades de formação de ciclos hamiltonianos, segue-se então para a estruturação das questões de design e mecânicas que faltam implementar, seguindo a metodologia Quest 3x4.

4.2 Metodologia Quest 3x4

A construção do jogo de tabuleiro desenvolvido neste trabalho foi baseada na metodologia Quest 3x4, proposta por Marcelo La Carretta, cuja abordagem organiza o processo de criação de jogos a partir da definição de mecânicas estruturais e elementos narrativos não lineares. A adoção desse método ocorreu devido à sua flexibilidade para prototipação e modelagem de sistemas lúdicos, permitindo adaptar conceitos da Teoria dos Grafos para um ambiente interativo voltado ao estudo de ciclos hamiltonianos.

O objetivo do projeto consiste no desenvolvimento de um jogo de tabuleiro em que os participantes precisam percorrer vértices conectados por rotas específicas, formando ciclos hamiltonianos dentro das regras estabelecidas. Dessa forma, a mecânica central busca representar, de maneira prática, o problema clássico da visita única aos vértices com retorno ao ponto inicial.

A metodologia Quest 3x4 divide a construção do jogo em quatro aspectos principais: espaço, atores, itens e objetivos. A partir dessa estrutura, foram selecionadas apenas as mecânicas necessárias para manter a simplicidade da experiência e evitar excesso de complexidade durante as partidas.

No aspecto espaço, foi utilizada a mecânica de exploração. O tabuleiro foi estruturado como um conjunto de regiões interligadas que representam um grafo composto por 11 vértices. Cada conexão entre os locais simboliza uma aresta possível de deslocamento entre os pontos do mapa. O jogo utiliza 22 tags correspondentes aos vértices do tabuleiro, permitindo partidas entre 2 participantes. Sempre que um jogador visita um local, ele recolhe a tag correspondente como marcador de passagem, possibilitando o controle dos vértices já percorridos durante a partida.

A ambientação medieval/fantasia foi escolhida devido à sua compatibilidade com mecânicas de exploração, permitindo ampliar as possibilidades de interação dentro do tabuleiro sem descaracterizar o objetivo principal do projeto. Esse tipo de cenário favorece a criação de rotas, regiões e trajetos interconectados de maneira mais natural ao jogador, além de possibilitar futuras expansões mecânicas relacionadas à exploração do mapa e tomada de decisões estratégicas.

Os atores foram definidos de forma simplificada, sendo representados apenas por peões coloridos sem habilidades individuais ou diferenças mecânicas entre si. A única distinção existente entre os participantes é a cor utilizada para identificação no tabuleiro. Essa decisão

foi adotada para evitar vantagens desequilibradas entre os jogadores e manter o foco principal do jogo na estratégia de movimentação e formação do ciclo hamiltoniano.

Em relação aos itens, optou-se por não implementar sistemas de inventário, equipamentos ou power-ups. A ausência desses elementos foi proposital, visando evitar interferências externas na lógica matemática proposta pelo jogo. Assim, toda a dinâmica permanece centrada na análise de caminhos possíveis e no planejamento estratégico do percurso.

Apesar disso, o jogo possui um sistema de movimentação baseado em cartas. O conjunto é formado por 36 cartas divididas em seis cores, contendo numerações de 1 a 6 em cada cor. Essas cartas definem os valores associados às rotas do tabuleiro e influenciam diretamente na movimentação dos jogadores. Com os valores definidos, utiliza-se um dado para verificar as possíveis ações durante a partida.

No aspecto objetivos, foi utilizada uma estrutura semelhante ao modelo Fedex Quest que representa um tipo de objetivo em que o jogador precisa visitar determinados locais, transportar algo ou percorrer diferentes regiões até completar uma rota específica. O nome faz referência à ideia de “entrega”. Nesse contexto, o objetivo principal consiste em percorrer os vértices disponíveis respeitando as limitações impostas pelas conexões do tabuleiro, formando um ciclo válido ao retornar ao ponto inicial sem repetir vértices indevidamente.

4.3 Design

Uma vez definido a temática a ser utilizada na construção e já com o modelo de grafo testado inicialmente, utilizando o canva.com juntamente com a IA chamada de Manus.im do grupo meta, foi solicitado a criação de 11 locais que serão colocados como os vértices do grafo e, também serão impressos de forma separada funcionando como “tags” de marcação para os jogadores. Um exemplo desses locais e tags está exemplificado na figura 23.

Figura 18 - Exemplo de Local/Vértice/Tag



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando IA generativa Manus AI (2026).

Após a criação dos 11 locais, foi solicitado a criação de um fundo limpo que segue a temática medieval sem prejudicar a visualização dos locais (vértices) e arestas. O modelo criado está mostrado na figura 24.

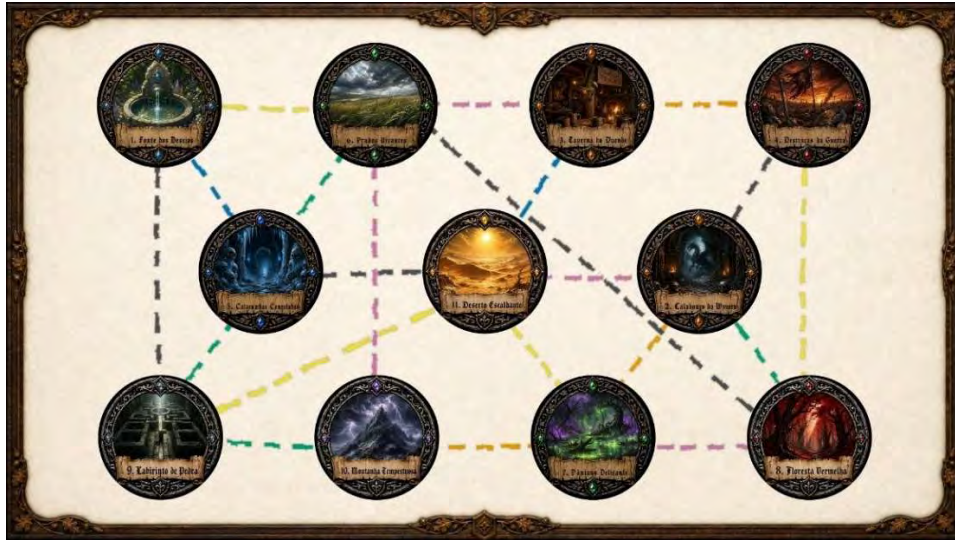
Figura 19- Fundo do tabuleiro



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando IA generativa Manus AI (2026).

Com todas essas peças em mão, só resta encaixar uma na outra para formar o primeiro protótipo visual do tabuleiro, sendo necessário colocar os 11 locais nos vértices e o fundo gerado como plano de fundo do tabuleiro, desse modo a visualização inicial do tabuleiro está mostrada na figura 25.

Figura 20 - Protótipo visual do tabuleiro



Fonte: Autoria própria.

Como dito anteriormente na seção 4.1, os quadrados coloridos que existiam na figura 12 foram removidos, eles seriam utilizados como um sistema de ponderação dos valores das arestas, de modo que o valor contido dentro do quadrado representaria o valor da aresta de mesma cor. Como alternativa a eles, foi implementado um sistema de cartas, deste modo existem 36 cartas, sendo enumeradas de 1 a 6 com 6 cores diferentes, seguindo a temática medieval.

Figura 21- Exemplo de carta (1 - verde)



Fonte: Manus.im

4.4 Prototipação

Com todos os itens já com seu design prontos, para o próximo passo foi necessário escolher um material que não fosse tão fino quando uma folha de A4 normal, por se tratar de um protótipo inicial, o material normalmente utilizado em jogos de tabuleiros foi descartado

por apresentar um elevado custo, desta maneira, optou-se por utilizar o papel couchê fosco na gramatura 250, por ser um material que oferece uma maior espessura e rigidez comparadas ao papel convencional. Todo o protótipo foi impresso nesse material, sendo eles: 22 tags, 1 tabuleiro e 36 cartas, exemplificados na figura 22.

Figura 22 - Protótipo impresso



Fonte: Autoria Própria.

4.5 Regras

O jogo que permite disputa entre 2 jogadores consiste em um tabuleiro com 11 locais que simulam vértices e através de “estradas” é possível ir de um local a outro desde que exista uma conexão entre os locais, como exemplificado na figura 20. O desafio principal do jogo que é um dos modos possíveis para alcançar a vitória, é completar um ciclo hamiltoniano no grafo, ou seja, os jogadores devem escolher arbitrariamente um vértice de sua escolha e devem visitar todos os outros locais exatamente uma vez, com suas jogadas finais terminando no local de início de sua escolha, o primeiro que alcançar este objetivo é o vencedor ou caso um jogador efetue um movimento inválido, assim nunca fechando um ciclo hamiltoniano, o outro jogador é declarado vencedor.

Existem duas variações possíveis para o jogo:

- Arestas globais: Nesse modo de jogo os valores das arestas são sorteados de maneira que para os jogadores cada cor terá o mesmo valor. As cartas devem ser

separadas por cor e embaralhadas, após isso é selecionada uma carta de cada cor e o número contido nelas representará o valor mínimo necessário que deverá ser obtido no dado para andar entre as arestas.

- **Arestas individuais:** Diferente do modo anterior, nesse cada jogador irá pegar uma carta de cada cor para si, dessa forma cada cor de aresta terá um valor para cada participante.

O modo de jogo deve ser escolhido antes do movimento do primeiro jogador, assim como o sorteio dos valores das arestas através das cartas. Após isso, os jogadores podem escolher livremente em qual local gostariam de começar sua jogada. O primeiro jogador é decidido através do dado, o jogador que obter o maior número no dado deve começar. O jogador da vez deve lançar o dado e com base no seu valor decidir seu próximo movimento baseado em sua própria estratégia, para melhor visualização, quando um jogador chegar a um novo local, ele deve pegar uma tag que contém o nome e imagem do local assim como no tabuleiro, apenas com intuito de marcação de vértice ou local visitado. **Observação:** Caso as possíveis rotas tenham valores maiores do que o obtido no dado, o jogador passa sua jogada.

4.6 Mecânicas do jogo

A partir das regras definidas, elementos contidos no jogo, modos de jogos e objetivos todos alinhados, é possível definir as mecânicas contidas no jogo, sendo elas:

- **Análise de rotas:** O jogador precisa planejar um caminho pelo tabuleiro, escolhendo quais vértices visitar e em qual ordem.
- **Movimentação em rede:** O tabuleiro é um grafo, portanto, os jogadores só podem se mover entre locais conectados por arestas.
- **Planejamento estratégico:** O jogador deve pensar estrategicamente qual rota utilizar.
- **Formação de ciclo:** Condição principal de vitória é formar um ciclo hamiltoniano.
- **Gerenciamento de restrições:** Os jogadores precisam lidar com peso das arestas, limitações de movimentação e resultados do dado.
- **Rolagem de dados:** O valor do dado determina se um jogador pode ou não andar por determinada aresta.

- **Push your luck:** O jogador pode optar por um caminho mais difícil, dependendo do valor do dado.
- **Coleção de marcadores:** Ao visitar um vértice, o jogador recolhe uma tag que corresponde ao local, isso servirá como um marcador.
- **Configuração variável:** Os valores das arestas mudam de partida pra partida, dependendo do modo de jogo selecionado e das cartas sorteadas.
- **Competição direta:** Dois jogadores disputam entre si pra ver quem completa um ciclo hamiltoniano primeiro.

4.7 Escala Likert

Para avaliar a percepção dos participantes em relação ao jogo desenvolvido, foi elaborado um questionário próprio, disponibilizado por meio da plataforma Google Forms. O instrumento foi organizado com afirmações em escala Likert de cinco pontos, variando de “Discordo totalmente” a “Concordo totalmente”. As questões buscaram avaliar aspectos relacionados à compreensão das regras, dificuldade percebida, influência das restrições de jogabilidade, análise de erros, tomada de decisão e comparação entre os modos de arestas globais e individuais. O questionário completo encontra-se disponível no Apêndice A. Segundo Joshi (2015), a escala Likert constitui uma das ferramentas psicométricas mais utilizadas para transformar características subjetivas, como atitudes e percepções, em dados passíveis de análise quantitativa.

No presente estudo, cada questão do questionário foi analisada individualmente, buscando identificar o grau de concordância dos participantes em relação a diferentes aspectos do jogo, como clareza das regras, nível de dificuldade, engajamento e contribuição para a compreensão dos conceitos de Teoria dos Grafos. Nessa abordagem, cada item da escala é tratado separadamente, caracterizando o uso de uma escala do tipo Likert (Likert-type), na qual o interesse do pesquisador está concentrado na interpretação de cada afirmação de forma independente, e não na construção de um escore único composto por múltiplos itens.

Essa abordagem permite uma interpretação mais direta das respostas fornecidas pelos participantes, evidenciando a distribuição dos níveis de concordância para cada aspecto avaliado.

Dessa forma, os resultados obtidos foram apresentados por meio de gráficos contendo a distribuição percentual das respostas para cada afirmação do questionário. A análise dessas

distribuições possibilitou identificar os aspectos mais bem avaliados pelos participantes, bem como eventuais dificuldades percebidas durante a utilização do jogo. Além disso, os dados coletados forneceram subsídios para verificar se os objetivos propostos pelo projeto foram alcançados.

5. RESULTADOS

Nesse capítulo serão mostradas as métricas obtidas nas partidas e a pesquisa qualitativa que avalia a percepção dos jogadores sobre aspectos do jogo.

5.1 Resultados das partidas

Foram realizadas 30 sessões de testes, com 10 pessoas diferentes, sendo que em cada dupla foram jogados 3 vezes cada modo de jogo (Arestas globais e individuais). As tabelas 3, 4, 5, 6 e 7, expõem os dados que foram analisados nas partidas.

Tabela 3 - Dupla 1

Partida	Tempo (min)	Jogadas passadas opcionais	Quantidade de lançamento de dados	Arestas
1	04:36	4	39	Globais
2	04:30	2	37	Globais
3	03:35	0	34	Globais
4	04:20	2	33	Individuais
5	04:10	0	35	Individuais
6	04:34	3	40	Individuais

Fonte: Autoria própria.

Tabela 4 - Dupla 2

Partida	Tempo (min)	Jogadas passadas opcionais	Quantidade de lançamento de dados	Arestas
1	04:20	0	38	Globais
2	04:24	1	33	Globais
3	04:03	1	39	Globais
4	04:17	0	33	Individuais
5	03:53	0	35	Individuais
6	04:41	4	44	Individuais

Fonte: Autoria própria.

Tabela 5 - Dupla 3

Partida	Tempo (min)	Jogadas passadas opcionais	Quantidade de lançamento de dados	Arestas
1	04:15	2	37	Globais
2	04:20	2	37	Globais
3	04:03	1	38	Globais
4	04:22	1	40	Individuais
5	03:44	0	31	Individuais
6	04:12	1	39	Individuais

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6 - Dupla 4

Partida	Tempo (min)	Jogadas passadas opcionais	Quantidade de lançamento de dados	Arestas
1	03:56	1	34	Globais
2	04:02	1	35	Globais
3	03:59	0	36	Globais
4	04:00	1	36	Individuais
5	03:40	0	31	Individuais
6	03:30	0	30	Individuais

Fonte: Autoria própria.

Tabela 7 - Dupla 5

Partida	Tempo (min)	Jogadas passadas opcionais	Quantidade de lançamento de dados	Arestas
1	04:46	3	39	Globais
2	04:02	1	38	Globais
3	03:48	0	33	Globais
4	04:08	2	33	Individuais
5	03:58	1	31	Individuais
6	03:50	0	34	Individuais

Fonte: Autoria própria.

Após isso, foi possível obter uma média que quantificou o tempo de partida, jogadas passadas por opção, quantidade de lançamentos de dados e seus respectivos desvios padrões, que foram calculadas da seguinte forma e seus resultados dispostos na tabela 8.

$$\text{Média} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \text{ sendo } \bar{x} \text{ a média, } x_i \text{ cada valor analisado, podendo ser}$$

(Tempo, Jogadas passadas opcionais ou Quantidade de lançamento de dados.) e n a quantidade total de partidas analisadas.

$$\text{Desvio Padrão} = S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \text{ sendo } S \text{ o desvio padrão, } x_i \text{ cada valor analisado,}$$

podendo ser (Tempo, Jogadas passadas opcionais ou Quantidade de lançamento de dados.), $\bar{x}$ a média dos valores e n a quantidade de valores analisados.

Tabela 8 - Métricas gerais

Métricas	Globais	Desvio Padrão	Individuais	Desvio Padrão
Tempo médio (min)	04:11	00:19	04:05	00:20
Jogadas passadas opcionais	1,27	1,16	1,00	1,25
Lançamento de dados	36,5	2,17	35	4,09

Fonte: Autoria própria.

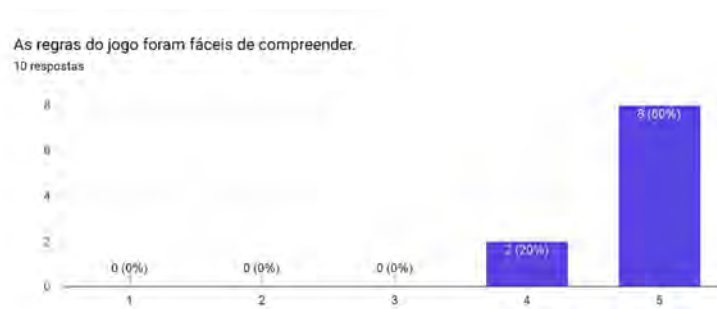
5.2 Resultados do questionário

Depois que as partidas terminaram, os participantes responderam a um questionário. Esse questionário foi feito com base na escala Likert, que tem cinco pontos. O objetivo era entender como os participantes se sentiam em relação a algumas coisas, como a compreensão das regras do jogo, a dificuldade em encontrar ciclos hamiltonianos, como as regras do jogo afetavam a experiência e qual modo de jogo eles preferiam.

A escala usada é bem simples. O número 1 significa que a pessoa discorda completamente da afirmação, e o número 5 significa que ela concorda completamente. Os resultados estão apresentados abaixo nos gráficos 1 ao 18, sendo divididos em 4 categorias: 1- Dificuldade percebida, 2- Impacto das restrições, 3- Análise de erros e tomada de decisão e 4- Comparação entre modos.

5.2.1 Dificuldade percebida

Gráfico 1 – Compreensão das regras



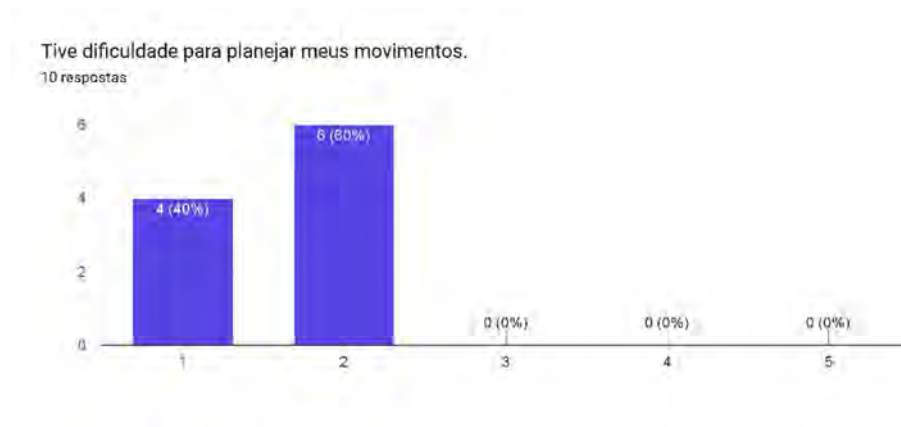
Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 2 - Identificação de ciclo hamiltoniano



Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 3 - Planejamento dos movimentos



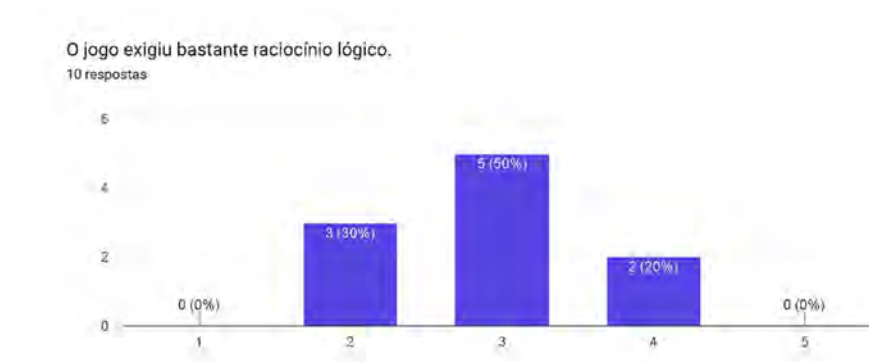
Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 4 - Visualização de soluções



Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 5 - Exigência de raciocínio

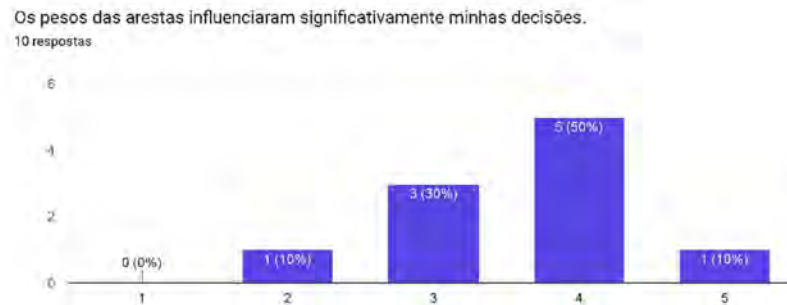


Fonte: Autoria Própria.

Os participantes demonstraram facilidade na compreensão das regras e identificação de possíveis soluções, indicando que a mecânica do jogo foi de fácil compreensão.

5.2.2 Impacto das restrições

Gráfico 6 - Influência dos pesos



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 7 - Limitações de movimento



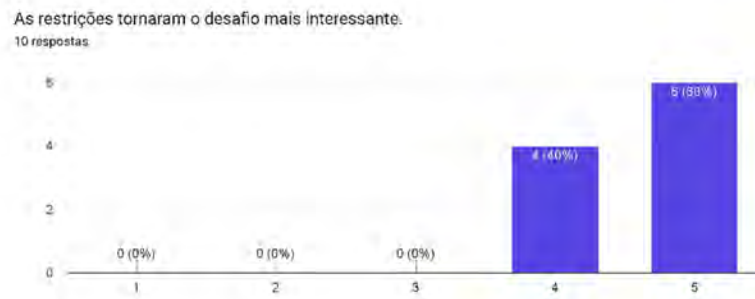
Fonte: Autoria Própria

Gráfico 8 - Reconsiderar estratégias



Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 9 - Restrições Desafiadoras



Fonte: Autoria Própria.

Os resultados indicam que os participantes perceberam influência das restrições sobre suas decisões e estratégias durante as partidas.

5.2.3 Análise de erros e tomada de decisão

Gráfico 10 – Soluções erradas



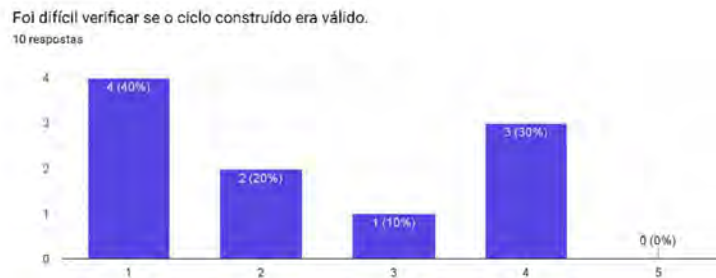
Fonte: Autoria Própria

Gráfico 11 - Contribuição das restrições



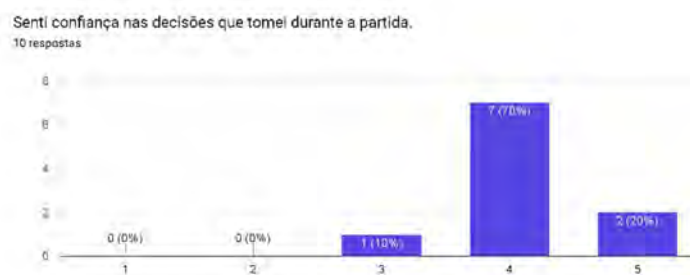
Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 12 - Ciclo válido



Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 13 - Confiança nas decisões

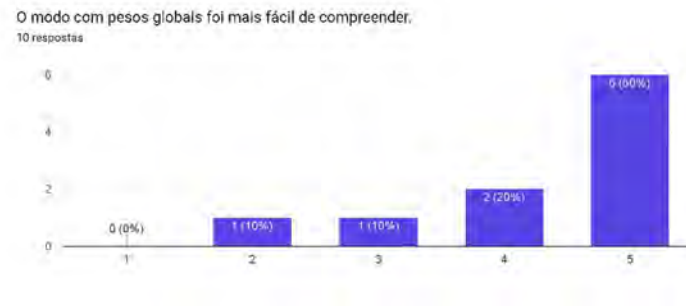


Fonte: Autoria Própria

Os participantes relataram ocorrência moderada de análise de erros durante a formação dos ciclos hamiltonianos, porém como a verificação da validade das soluções tenha sido considerada relativamente simples, todos conseguiram refazer suas rotas evitando-os.

5.2.4 Comparação entre modos

Gráfico 14 - Compreensão pesos globais



Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 15 - Planejamento pesos individuais



Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 16 - Decisão pesos individuais



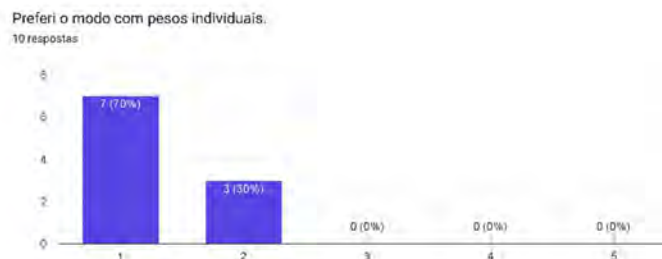
Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 17 - Diferenças entre modos



Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 18 - Preferência pelo peso individual



Fonte: Autoria Própria.

Embora os participantes tenham percebido diferenças entre os modos de jogo, a preferência geral foi direcionada ao sistema de pesos globais.

6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, serão analisadas as métricas obtidas no capítulo 5. As análises serão divididas em 4 partes, que avaliarão os pontos ponderação de arestas, restrições nas tomadas de decisões, análise de erros e percepção dos participantes e percepção sobre os modos de jogo. Por fim, será feita a análise de questão de pesquisa proposta.

6.1 Influência da ponderação das arestas na duração das partidas

Este projeto propôs como um de seus objetivos descobrir se diferentes maneiras de atribuir pesos às arestas afetariam a resolução de ciclos hamiltonianos em um jogo de tabuleiro baseado em grafos. Para isso, foram comparados dois modos de jogo. O primeiro modo as arestas tinham pesos globais, que eram compartilhados pelos jogadores. Já o segundo modo tinha pesos individuais, onde cada jogador tinha seus próprios valores para as arestas.

A análise das partidas mostrou que as diferenças entre os dois modos foram pequenas em termos numéricos. Os jogos com arestas globais levaram, em média, cerca de 4 minutos e 10 segundos para sua conclusão. Já os jogos com pesos individuais levaram, em média, cerca de 4 minutos e 8 segundos. Da mesma forma, a quantidade média de lançamentos de dados e de jogadas passadas opcionais foi muito semelhante entre as duas configurações.

Esses resultados indicam que mudar a forma como as arestas são ponderadas não é suficiente para causar mudanças significativas no tempo que os jogos duram ou na quantidade de ações necessárias para formar os ciclos hamiltonianos. Portanto, do ponto de vista do desempenho, ambos os modos se comportaram de forma muito semelhante.

6.2 Influência das restrições na tomada de decisão

Embora as análises das métricas tenha gerado variações pequenas, os resultados obtidos por meio da escala Likert demonstraram que os participantes perceberam influência das restrições de jogabilidade em suas decisões ao longo das partidas.

A maioria dos jogadores concordou que os pesos das arestas influenciaram em suas escolhas e que as limitações de movimentação aumentaram a necessidade de reavaliar estratégias durante o jogo. Esse resultado indica que as restrições implementadas cumpriram seu papel de interferir no processo de tomada de decisão, obrigando os participantes a considerar diferentes alternativas antes de realizar seus movimentos.

Além disso, nota-se que as partidas com muitas jogadas passadas opcionais costumam ser mais longas. Isso mostra que as limitações de movimentação afetam mais a fluidez da partida do que apenas mudar os pesos das arestas. Assim os resultados indicam que as restrições de jogabilidade influenciaram principalmente o comportamento estratégico dos participantes, ainda que seus efeitos não tenham se refletido de forma expressiva nas métricas de tempo e quantidade de ações realizadas.

6.3 Análise de erros na formação dos ciclos hamiltonianos

Outro aspecto investigado foi a análise de erros durante a construção dos ciclos hamiltonianos. Os resultados do questionário mostraram que os participantes relataram perceber que cometeriam erros ocasionalmente, porém sem frequência elevada.

Esses resultados sugerem que a estrutura do tabuleiro e os componentes utilizados durante a partida facilitaram o acompanhamento dos vértices visitados e dos caminhos percorridos. Como consequência, os participantes conseguiram identificar com relativa facilidade quando uma solução era válida ou quando havia inconsistências na construção do ciclo. Entretanto, alguns respondentes indicaram que, em determinados momentos, acreditaram ter encontrado uma solução correta quando, na realidade, o ciclo ainda não atendia a todas as condições necessárias.

Esse comportamento é compatível com a natureza do problema hamiltoniano, cuja solução exige verificar simultaneamente a visita a todos os vértices e o retorno ao vértice inicial sem repetições indevidas.

Portanto, embora tenham ocorrido análises de erros durante as partidas, os resultados indicam que estes estão mais relacionados ao processo de planejamento e validação das rotas do que à compreensão das regras do jogo.

6.4 Percepção dos participantes sobre os modos de jogo

Um dos resultados mais interessantes do estudo veio da comparação entre os dados e o que os participantes acharam. Mesmo que as medidas tenham mostrado que não havia grandes diferenças entre os modos de pesos globais e individuais, a maioria dos participantes disse que notou uma grande diferença.

Além disso, a maioria deles preferiu o modo de pesos globais. Durante os testes, alguns participantes disseram que o sistema de pesos individuais parecia injusto. Isso porque a forma

como os valores eram distribuídos poderia favorecer alguns jogadores. Segundo esses relatos, às vezes um mesmo caminho era fácil para um jogador e difícil para outro. Isso dava a impressão de que fatores aleatórios estavam influenciando o resultado mais do que propriamente a estratégia.

Essa percepção ajuda a explicar por que os participantes acharam que havia diferenças entre os modos, mesmo quando as medidas não evidenciam isso. A experiência dos jogadores foi influenciada não só pelo desempenho, mas também pela sensação de igualdade.

Isso mostra que, ao criar jogos de tabuleiro, a percepção de um jogo justo é tão importante quanto as regras matemáticas. Mesmo que uma mecânica não faça grande diferença nos resultados, ela pode afetar a experiência dos jogadores.

6.5 Relação com a questão de pesquisa

A questão deste trabalho foi investigar como algumas regras de um jogo, como o peso das linhas e as limitações de movimento, afetam o tempo de jogo e a análise de erros ao formar ciclos hamiltonianos.

Os resultados mostraram que ponderação das arestas teve um impacto pequeno no tempo de jogo e no número de ações dos jogadores. Já as limitações de movimento tiveram um impacto maior na tomada de decisão e na necessidade de refazer estratégias durante o jogo.

Os jogadores notaram diferenças significativas entre os modos de jogo, especialmente em relação à sensação de justiça e equilíbrio das regras. Embora essas diferenças não tenham alterado muito as estatísticas, elas afetaram diretamente a experiência dos jogadores.

Portanto, conclui-se que as regras do jogo afetam a formação de ciclos hamiltonianos principalmente pela mudança nas estratégias dos jogadores e na forma como eles percebem o problema. Os resultados mostram que o impacto das regras vai além dos números, incluindo aspectos subjetivos como tomada de decisão, confiança e percepção de equilíbrio durante o jogo.

6.6 Análise geral do questionário

Os dados obtidos por meio do questionário permitiram complementar as métricas quantitativas registradas durante as partidas. Enquanto as tabelas de tempo, lançamentos de dados e jogadas passadas indicaram diferenças pequenas entre os modos de arestas globais e individuais, as respostas da escala Likert evidenciaram aspectos subjetivos importantes da

experiência dos participantes. Dessa forma, o formulário não teve apenas a função de registrar opiniões gerais, mas também de auxiliar na interpretação da influência das restrições de jogabilidade sobre a tomada de decisão, a percepção de dificuldade e a sensação de equilíbrio entre os modos de jogo.

A análise das respostas mostrou que os participantes compreenderam as regras e conseguiram identificar o objetivo central do jogo, relacionado à formação de ciclos hamiltonianos. Esse resultado indica que a proposta conseguiu representar o problema de maneira acessível, sem que a estrutura matemática do grafo impedisse o entendimento da dinâmica da partida. Além disso, as respostas relacionadas à influência dos pesos das arestas e às limitações de movimento demonstraram que as restrições implementadas foram percebidas pelos jogadores como elementos relevantes para o planejamento estratégico.

Outro ponto observado foi a diferença entre os resultados objetivos e a percepção dos participantes. Embora o tempo médio de partida e a quantidade de lançamentos de dados tenham apresentado variações reduzidas entre os modos de jogo, o questionário indicou que os jogadores perceberam diferenças significativas entre eles. Essa diferença reforça que a análise de jogos de tabuleiro não deve considerar apenas métricas numéricas, mas também a experiência subjetiva dos jogadores, especialmente em relação à justiça, equilíbrio e controle sobre as próprias decisões.

Nesse sentido, o questionário contribuiu diretamente para responder à questão de pesquisa, pois demonstrou que as restrições de jogabilidade afetaram principalmente a forma como os participantes planejavam seus movimentos e avaliavam suas possibilidades de ação. Assim, mesmo quando as métricas quantitativas não apresentaram grandes variações, as respostas dos participantes indicaram que os modos de ponderação das arestas e as limitações de movimento influenciaram a experiência de jogo e a percepção estratégica durante a formação dos ciclos hamiltonianos.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi investigar como diferentes restrições de jogabilidade influenciam a resolução de ciclos hamiltonianos em um jogo de tabuleiro baseado em grafos. Além disso, foi desenvolvido e validado um protótipo capaz de representar, de forma prática, conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos, cuja principal mecânica consiste na formação de ciclos hamiltonianos por meio da movimentação dos jogadores em um tabuleiro modelado como um grafo simples e não direcionado.

Durante o desenvolvimento do jogo, foram abordados conceitos relacionados à Teoria dos Grafos, como grafos simples, conectividade, caminhos e ciclos hamiltonianos. Esses conceitos serviram de base para a construção do tabuleiro e para a definição das mecânicas que compõem o jogo. A utilização de uma temática de exploração em fantasia medieval ajudou a contextualizar as ações realizadas pelos jogadores, sem comprometer a representação formal da estrutura do grafo.

Os testes realizados mostraram que o jogo atingiu seu propósito de representar o problema do ciclo hamiltoniano de forma acessível e funcional. Os participantes entenderam facilmente as regras, visualizaram possíveis soluções e validaram os ciclos construídos. Além disso, os resultados indicaram que as restrições implementadas influenciaram o comportamento dos jogadores durante as partidas, exigindo adaptação estratégica e tomada de decisão diante das condições impostas pelo jogo.

A análise das partidas mostrou que a alteração da ponderação das arestas entre os modos de pesos globais e pesos individuais teve um impacto limitado no tempo de partida, na quantidade de lançamentos de dados e no número de jogadas passadas opcionais. No entanto, os participantes relataram perceber diferenças significativas entre os dois modos de jogo, demonstrando que aspectos subjetivos da experiência podem influenciar a percepção dos jogadores.

Um resultado importante observado durante os testes foi a preferência dos participantes pelo sistema de pesos globais. Os relatos obtidos durante as partidas indicaram que o modo com pesos individuais foi frequentemente percebido como menos justo, devido à possibilidade de determinados jogadores receberem vantagens ou desvantagens decorrentes da distribuição aleatória dos valores das arestas. Isso evidencia a importância de considerar não apenas o equilíbrio matemático das mecânicas, mas também a percepção de justiça e competitividade proporcionada aos jogadores.

Em resumo, conclui-se que as restrições de jogabilidade afetam a formação de ciclos hamiltonianos principalmente por meio da influência exercida sobre as estratégias adotadas pelos participantes e sobre sua percepção da experiência de jogo.

Embora as alterações na ponderação das arestas tenham produzido impacto limitado nas métricas objetivas analisadas, as limitações de movimentação e as condições impostas pelas regras mostraram-se relevantes para a tomada de decisão durante as partidas.

Como limitações deste trabalho, destaca-se o número reduzido de participantes e a utilização de apenas uma configuração de tabuleiro para a realização dos testes. Além disso, a análise concentrou-se em métricas relacionadas ao tempo de partida, movimentação e percepção dos jogadores, não contemplando outros fatores que poderiam influenciar a resolução dos ciclos hamiltonianos.

Para trabalhos futuros, sugerimos a análise de impacto educacional do jogo. Também podem ser realizados estudos com amostras maiores de participantes e diferentes perfis de jogadores, permitindo uma análise mais abrangente sobre o impacto das mecânicas propostas. É válido também cogitar-se uma forma de adição deste conceito de jogo de forma digital, de maneira que possa ser estudado a técnica de geração procedural do grafo, para que assim cada partida sejam diferente da anterior. Dessa forma, é esperado que se amplie a compreensão da relação entre Teoria dos Grafos, design de jogos de tabuleiro e estratégias de resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

CANVA. **Canva**: plataforma de design gráfico online. Disponível em: <https://www.canva.com>. Acesso em: 04 jun. 2026.

GOMES, Paulo César Rodacki. **Grafos**: conceitos fundamentais, algoritmos e aplicações. Blumenau: Editora do Instituto Federal Catarinense, 2022.

JOSHI, Ankur; KALE, Saket; CHANDEL, Satish; PAL, D. K. **Likert Scale: Explored and Explained**. British Journal of Applied Science & Technology, v. 7, 2015.

LA CARRETTA, Marcelo. **Como fazer jogos de tabuleiro**: manual prático. In: SBGAMES 2018 – Proceedings of SBGames, Foz do Iguaçu, PR, 2018.

LUDOPEDIA. **Power Grid** – Imagens. Disponível em: <https://ludopedia.com.br/jogo/power-grid/imagens/154480>. Acesso em: 04 jun. 2026.

MANUS AI. **Manus**. Ferramenta de inteligência artificial generativa utilizada na criação de elementos visuais do protótipo. Disponível em: <https://manus.im>. Acesso em: 04 jun. 2026.

ROSEN, Kenneth H. **Matemática Discreta e Suas Aplicações**. 6ª edição. Porto Alegre: AMGH Editora LTDA, 2010.

SZWARCFITER, Jayme Luiz; OLIVEIRA, Fabiano S.; PINTO, Paulo E. D. **Teoria Computacional de Grafos**: Os Algoritmos. 1ª edição. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018.

TABULEIRO CRIATIVO. **Ticket to ride**. Disponível em: https://www.tabuleirocriativo.com.br/Images1/ticket_to_ride-img2.jpg. Acesso em: 04 jun. 2026.

WOODS, Stewart. **Eurogames: the design, culture and play of modern European board games**. Jefferson: McFarland, 2012.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PARTICIPANTES

O questionário foi aplicado após as sessões de teste do jogo de tabuleiro, com o objetivo de coletar a percepção dos participantes sobre a experiência de jogo. As respostas foram registradas por meio de uma escala Likert de cinco pontos, sendo:

- 1 – Discordo totalmente
- 2 – Discordo parcialmente
- 3 – Neutro
- 4 – Concordo parcialmente
- 5 – Concordo totalmente

As afirmações avaliadas foram:

- 1. As regras do jogo foram fáceis de compreender.
- 2. Foi fácil identificar o objetivo de formar um ciclo hamiltoniano.
- 3. O jogo exigiu planejamento dos movimentos.
- 4. Foi possível visualizar diferentes soluções durante a partida.
- 5. O jogo exigiu raciocínio estratégico.
- 6. Os pesos das arestas influenciaram minhas decisões.
- 7. As limitações de movimento afetaram minha estratégia.
- 8. Precisei reconsiderar minhas estratégias durante a partida.
- 9. As restrições tornaram o jogo mais desafiador.
- 10. Em alguns momentos, considerei soluções que depois percebi estarem incorretas.
- 11. As restrições contribuíram para a ocorrência de erros ou dúvidas durante a partida.
- 12. Foi fácil verificar se o ciclo formado era válido.
- 13. Senti confiança nas decisões tomadas durante a partida.
- 14. O modo com pesos globais foi fácil de compreender.
- 15. O modo com pesos individuais exigiu mais planejamento.
- 16. O modo com pesos individuais influenciou minhas decisões.
- 17. Percebi diferenças entre os modos de jogo.
- 18. Prefiro o modo com pesos individuais.